

САРАТОВСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ
Кафедра электроники, колебаний и волн
Высший Колледж Прикладных Наук

САРАТОВСКОЕ ОТДЕЛЕНИЕ ИНСТИТУТА РАДИОТЕХНИКИ И
ЭЛЕКТРОНИКИ РАН
Учебно-научная лаборатория
«Нелинейная динамика (физический эксперимент)»

А.Б. БЕСПЯТОВ, В.И. ПОНОМАРЕНКО

СЛОЖНАЯ ДИНАМИКА СХЕМЫ НА ПЕРЕКЛЮЧАЕМЫХ КОНДЕНСАТОРАХ

Учебно-методическое пособие

Государственный учебно-научный центр «Колледж»
Саратов 1999

УДК 530.18

Б53

Б53 Беспятов А.Б., Пономаренко В.И. Сложная динамика схемы на переключаемых конденсаторах. Учебно-методическое пособие для студентов физического факультета. Саратов: Изд-во ГосУНЦ «Колледж», 1998. 26 с.

Схема на переключаемых конденсаторах представляет собой замкнутую в кольцо цепь, содержащую блок выборки и хранения и нелинейный преобразователь. В 80-е годы, когда активное изучение динамического хаоса только начиналось, эти системы использовались как аналоговые вычислительные машины для исследования бифуркаций в системах, описываемых точечными отображениями.

В данной работе экспериментально исследуется схема на переключаемых конденсаторах с нелинейной характеристикой, имеющей один квадратичный максимум — аналоговая модель знаменитого квадратичного отображения, на котором впервые были изучены закономерности перехода к хаосу через последовательность бифуркаций удвоения периода. Демонстрируется влияние шумов и неустойчивостей, присущих реальным системам, на классический сценарий перехода к хаосу; экспериментально оцениваются значения универсальных констант Фейгенбаума.

Работа предназначена для практических занятий по курсам «Нелинейные колебания», «Динамические системы и бифуркации» и «Динамический хаос» для студентов ВКПН и физического факультета Саратовского университета.

Работа выполнена при поддержке ФЦП «Интеграция», грант № 696.3.

Рецензент: д.ф.-м.н. Кузнецов А.П.

© А.Б. Беспятов,

В.И. Пономаренко, 1999

© Изд-во ГосУНЦ «Колледж»
1999

Содержание

Схемы на переключаемых конденсаторах.	4
Свойства элементов реальной схемы.	7
Схема экспериментальной установки и методика эксперимента.	9
Практическое задание.	13
Меры предосторожности и безопасности	14
Контрольные вопросы	15
Приложение 1. Аналоговые перемножители сигналов.	15
Приложение 2. Квадратичное отображение и закономерности Фейгенбаума.	16
Приложение 3. Прикладные возможности схемы на переключаемых конденсаторах.	20
Список литературы	23

Схемы на переключаемых конденсаторах.

В аналоговой технике, в отличие от цифровой, информация представляется не дискретным набором условных нулей и единиц, а величинами токов или напряжений, изменяющимися непрерывно в некотором интервале. При таком подходе запоминание значений сигналов обычно реализуют с помощью конденсаторов, в течение некоторого времени сохраняющих напряжение на своих обкладках. Типичным аналоговым запоминающим устройством является ячейка выборки-хранения, в простейшем случае состоящая из электронного ключа и конденсатора (рис.1) [1]. В режиме выборки конденсатор C с помощью ключа подключается к источнику сигнала и заряжается до напряжения $U_{вх.}$. По команде (сигналу на управляющем электроде) ключ размыкается, и в течение некоторого времени на конденсаторе сохраняется напряжение, близкое к входному на момент размыкания ключа — осуществляется режим хранения. Напряжение с конденсатора обычно снимается через операционный усилитель. Он имеет большое входное и малое выходное сопротивление, что позволяет конденсатору не разряжаться, несмотря на малое сопротивление нагрузки, подключенной к выходу устройства. Операционный усилитель работает в режиме повторителя, так что напряжение на его выходе равно напряжению на конденсаторе.

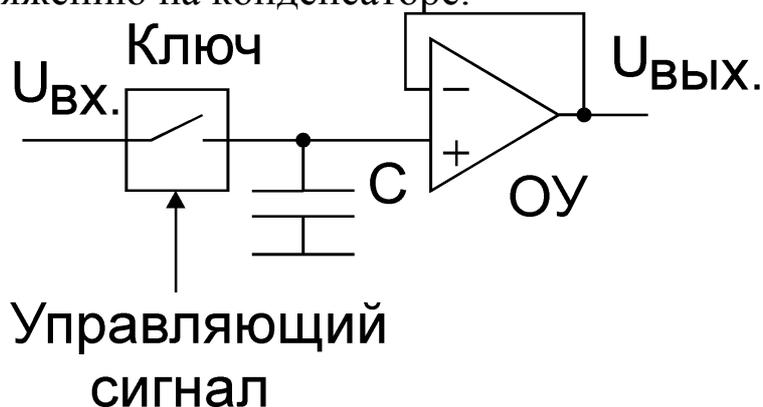


Рис.1 Простейшая ячейка выборки-хранения.

На рис.2 представлена схема, сконструированная на основе двух ячеек выборки-хранения (1,2), управляемых проти-

вофазными логическими сигналами¹ $U_{упр}^1$ и $U_{упр}^2$, а также нелинейного элемента (3) с передаточной характеристикой $U_{вых.} = f(U_{вх.})$ и предназначенная для моделирования дискретного одномерного отображения. Здесь тактовый генератор (5) задает периодический сигнал, управляющий схемой, а инвертор (4) обеспечивает изменение фазы управляющего сигнала.

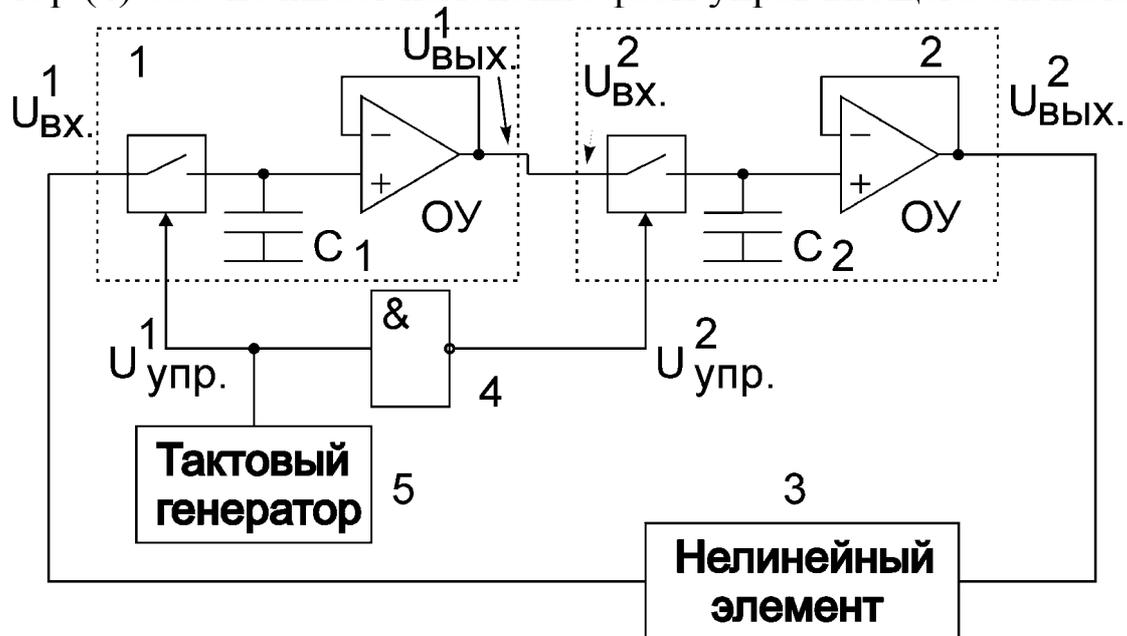


Рис.2. Схема на переключаемых конденсаторах (принцип работы).

Проиллюстрируем идею ее работы с помощью временных диаграмм рис.3. Управляющее напряжение («меандр») от тактового генератора подается непосредственно на управляющий электрод первой ячейки выборки-хранения, а на управляющий вход второй — через инвертор 4, изменяющий фазу (1 на 0 и наоборот) (рис.3а,б). Для первой ячейки время с момента t_1 до момента t_1' соответствует периоду выборки, а с t_1' до t_2 — периоду хранения. Для второй — наоборот, время с момента t_1 до момента t_1' соответствует периоду хранения, а с t_1' до t_2 — периоду выборки.

¹ Логическим называют сигнал, в котором различают только два различных уровня. Каждому из них условно присвоено значение некоторой цифры. Например, напряжениям, меньшим порогового, присваивается логический 0, а больше порогового — логическая 1.

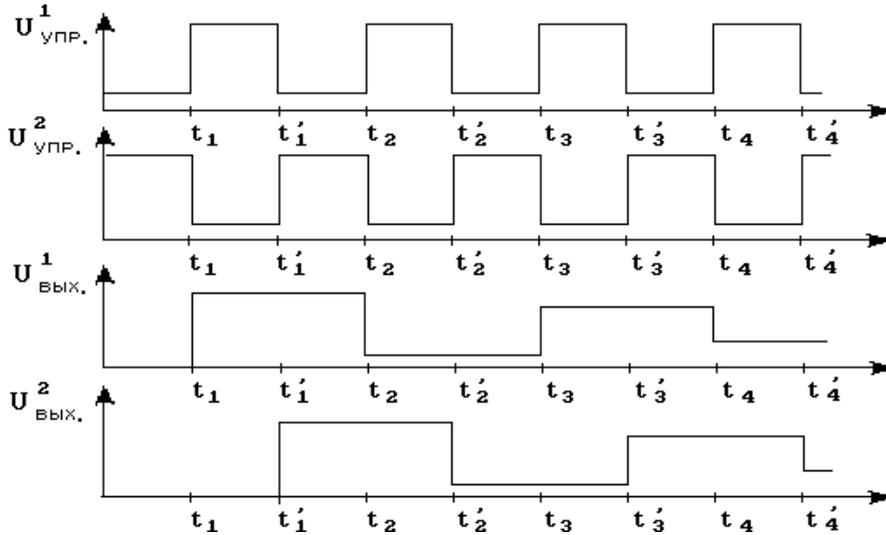


Рис.3. Временные диаграммы напряжений на элементах кольцевой схемы.

Предположим, что в начальный момент времени напряжение на выходах схем выборки и хранения 1 и 2 равно 0 ($U_{вых.1}=0$; $U_{вых.2}=0$). На входе нелинейного элемента напряжение также составляет $U_0=0$, а на выходе — $U_1=f(U_0)=f(0)$. В момент времени t_1 ячейка 1 производит выборку значения напряжения на выходе нелинейного элемента U_1 . При этом на выходе ячейки 2 сохраняется значение напряжения $U_0=0$. В момент времени t_1' происходит переключение режимов ячеек (первая переходит в режим хранения, а вторая — в режим выборки). При этом конденсатор C_2 заряжается до напряжения U_1 , и на входе нелинейного элемента б появляется значение напряжения U_1 . Соответственно на выходе нелинейного элемента формируется значение напряжения $U_2=f(U_1)=f(f(U_0))$. В момент времени t_2 ячейка 1 переключается в режим выборки, и конденсатор C_1 заряжается до напряжения U_2 . Таким образом, с течением времени на выходе нелинейного элемента формируется последовательность значений напряжения $U_{n+1}=f(U_n)$, где $n=0,1,2,\dots$ — дискретное время, измеряемое в единицах периода тактового генератора. Можно ожидать, что эта радиотехническая система ведет себя аналогично рекуррентному соотношению (одномерному

точечному отображению) с таким же видом нелинейности $x_{n+1}=f(x_n)$. Однако степень идентичности поведения простой математической модели и радиотехнической системы, объединившей в себе большое число элементов и «живущей» по законам материального мира, ограничена. Для определения места модели необходимо сопоставление результатов физического эксперимента и численного исследования.

Свойства элементов реальной схемы.

Схема, представленная на рис.2, может быть реализована с помощью радиотехнических элементов — конденсаторов, резисторов и полупроводниковых микросхем, в каждой из которых содержится большое число транзисторов, диодов и резисторов. Множество свойств этой совокупности конструктивных элементов шире, чем у рассмотренной идеализированной схемы. Так, кроме уже отмеченных процессов заряда и разряда конденсатора в ячейках выборки и хранения имеют место следующие явления:

1) Напряжение на заряженном и отключенном от источника конденсаторе ячейки выборки-хранения реально уменьшается из-за утечек, вызванных неидеальностью диэлектрика между обкладками и конечностью входного сопротивления элемента, к которому подключен выход ячейки. Это приводит к изменению запомненного значения U_n и уменьшению точности запоминания.

2) Увеличение емкости конденсатора снижает влияние токов утечки на сохраняемое значение напряжения, но увеличивает длительность процессов заряда и разряда — ограничивает быстродействие ячейки выборки-хранения. При больших частотах тактового генератора это приведет к невозможности обеспечить равенство $U_{вх} = U_{вых.}$, а следовательно исказится запоминаемое значение сигнала. Чем меньше емкость конденсатора, тем быстрее его можно зарядить; это увеличивает быстродействие устройства, но снижает точность.

3) Электронный ключ, в качестве которого может быть использован полевой транзистор либо специализированная

микросхема, при наличии на управляющем входе логического сигнала меняет сопротивление не от 0 до бесконечности, а с малого на большое (с величин порядка десятков Ом на величины порядка 1 Гом для КМОП-ключевых микросхем). При этом имеется нелинейная зависимость сопротивления от проходящего через ключ тока, и кроме того, замыкание и размыкание ключа происходит не мгновенно, а определяется как характеристиками ключа, так и конструкцией и элементами схемы. В итоге оказывается, что конструирование схемы на переключаемых конденсаторах, которая с заданной точностью моделирует точечное отображение, представляет собой определенный компромисс между **точностью** и **быстродействием**.

Другим фрагментом схемы, сильно влияющим на ее свойства, является нелинейный элемент с заданным **видом передаточной характеристики**. Его основой является электронный перемножитель сигналов, который может быть использован для выполнения математических операций умножения, деления, возведения в степень и извлечения квадратного корня, что необходимо для создания нелинейных элементов [2] (см. приложение 1). Конструирование нелинейного элемента, с **необходимой точностью** обеспечивающего вид характеристики, представляет достаточно сложную задачу. При расчете его схемы приходится учитывать ряд противоречивых требований. Например, чем меньше значения напряжений в схеме, тем больше влияние температуры и других дестабилизирующих факторов на работу схемы; с другой стороны, диапазон изменения напряжений не должен превышать предела, допустимого для элементов схемы.

И, наконец, даже при идеальном обеспечении требований быстродействия и точности при выборке, хранении и аппроксимации остается еще один очень важный и принципиально неустранимый фактор — реальные системы, сконструированные из полупроводниковых и металлических элементов, обладают **шумами**. Шумы выводят систему из

неустойчивых положений (состояний равновесия или движений по неустойчивым орбитам), так что система переходит в некоторое устойчивое состояние. Устойчивые движения менее критичны к действию шумов, но так или иначе система реагирует на случайное воздействие — например, нарушается идеальная периодичность и узкие пики (в идеале δ -выбросы) в спектре «расплываются». Так, в системах, демонстрирующих последовательность бифуркаций удвоения периода колебаний при переходе к хаосу, шумы ограничивают число бифуркаций удвоения, предшествующих хаосу, уничтожают узкие области периодичности в закритической области параметров, где развивается хаос. Чем больше уровень шума, тем меньше наблюдается бифуркаций удвоения периода в системе.

Целью работы является экспериментальное исследование схемы на переключаемых конденсаторах с нелинейным элементом, передаточная характеристика которого имеет один квадратичный максимум, так что данная система представляет собой аналоговую модель одномерного квадратичного отображения.

Схема экспериментальной установки и методика эксперимента.

Блок–схема лабораторной установки и принципиальная схема экспериментальной модели отображения приведена на рис.4.

Поведение этой схемы соответствует динамике отображения вида:

$$x_{n+1} = \lambda - x_n^2, \quad (1)$$

с некоторым масштабным множителем, необходимость которого объясняется ниже.

Экспериментально моделируемое отображение, в котором значения переменной y соответствуют напряжениям в точках схемы, имеет следующий вид:

$$y_{n+1} = \Lambda - y_n^2/5, \quad (2)$$

где $\Lambda = 5\lambda$, $y_n = 5x_n$.

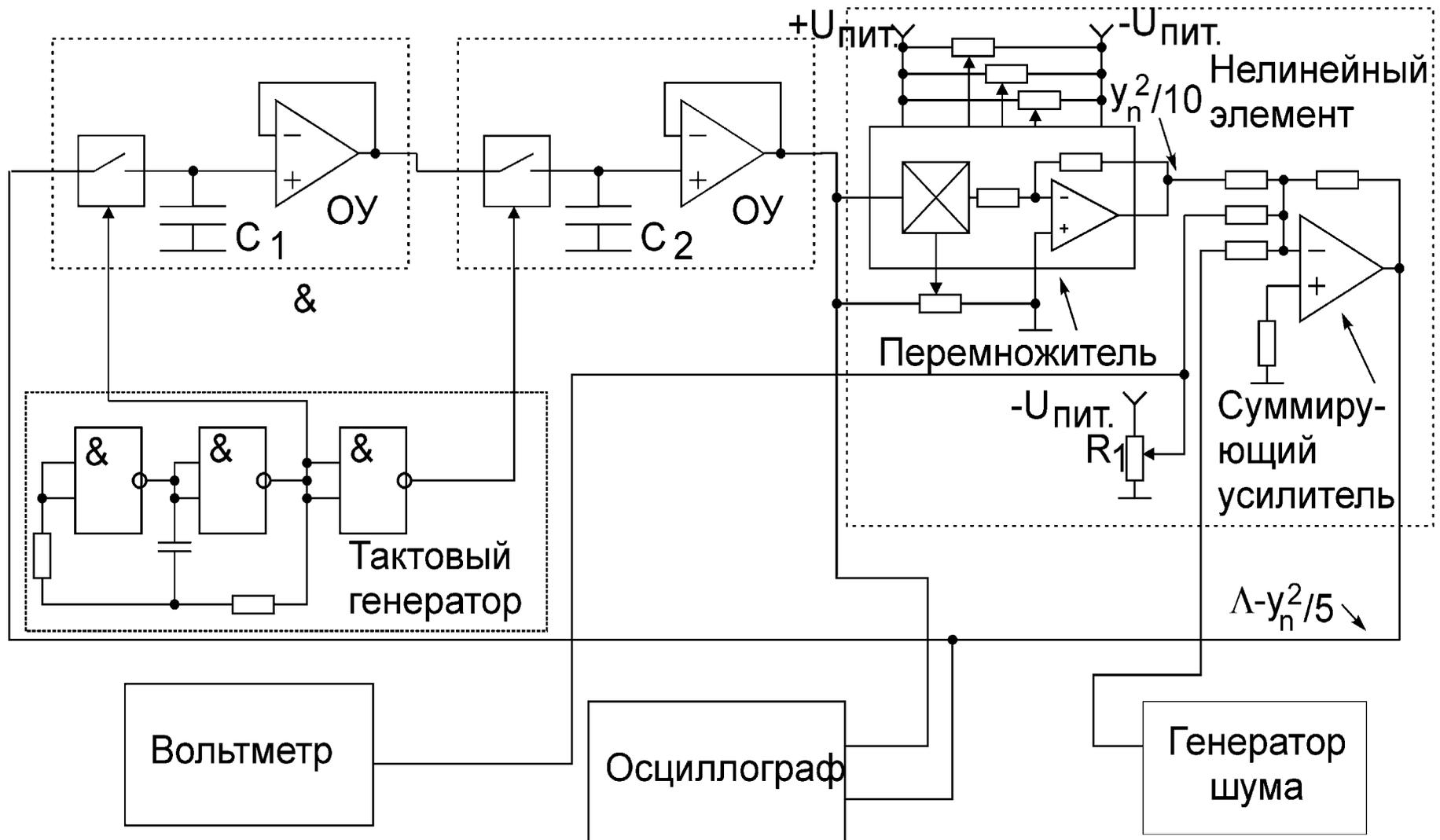


Рис.4. Кольцевая схема с квадратичной нелинейностью и блок-схема лабораторной установки

Для логистического отображения (1) известно, что допустимые пределы изменения параметра нелинейности λ составляют от 0 до 2. В этих пределах изменения параметра в системе существует устойчивый аттрактор. При $\lambda < 0$ устойчивая неподвижная точка отображения становится неустойчивой, а при $\lambda > 2$ хаотические колебания не имеют конечного решения. При изменении параметра λ от 0 до 2 переменная x_n может принимать значения от -2 до $+2$. Если экспериментальную схему рассчитать в соответствии с этими значениями, то напряжения в схеме будут изменяться в пределах от -2 до 2 В, что значительно меньше полного динамического диапазона, предоставляемого элементами схемы. В этом случае возрастает влияние шумов и различного рода неустойчивостей на динамику всей системы. Таким образом, для уменьшения влияния шумов необходимо преобразовать дискретное отображение вида (1) так, чтобы динамическая переменная изменялась в пределах от $+10$ до -10 . Это можно сделать, введя замену переменных $y_n = 5x_n$. Тогда (1) преобразуется к следующему виду: $y_{n+1}/5 = \lambda - y_n^2/25$, или $y_{n+1} = \Lambda - y_n^2/5$, где $\Lambda = 5\lambda$, $y_n = 5x_n$ (что соответствует соотношению (2))

Таким образом, при такой замене переменных новая динамическая переменная y_n изменяется в пределах от -10 до $+10$ В при изменении нового параметра нелинейности Λ в пределах от 0 до 10В, что позволяет использовать полный динамический диапазон схемы на переключаемых конденсаторах.

Поясним работу нелинейного элемента, образованного перемножителем [2] и суммирующим усилителем. Для используемой в данной схеме интегральной микросхемы перемножителя типа 525ПС2 выходное напряжение равно $U_{вых.} = U_{ex.1} U_{ex.2} / 10$ (напряжение измеряется в вольтах). Деление на 10 предусмотрено при разработке данной схемы и необходимо для того, чтобы значения напряжений на выходе не выходили за пределы динамического диапазона аналогового перемножителя. Напряжение на выходе перемножителя указанного типа не должно превышать ± 10 В (динамический диапазон этого умножителя). Деление по-

зволяет возводить в квадрат напряжения, имеющие на входе умножителя величины до 10 В, а не $\sqrt{10}$ В, как это было бы без деления. Это улучшает условия эксперимента, т.к. при изменении напряжений в малых пределах возрастает влияние шумов и различных нестабильностей, связанных с изменением параметров элементов в зависимости от температуры, времени, влажности и т.д.

Суммирующий усилитель выполнен по типичной схеме суммирующего инвертирующего усилителя на базе операционного усилителя. Его выходное напряжение вычисляется по формуле $U_{\text{вых.}} = -(K_1 U_{\text{ex.1}} + K_2 U_{\text{ex.2}} + K_3 U_{\text{ex.3}})$. На первый вход подается напряжение с выхода перемножителя, равное $y_n^2/10$. На второй вход подается отрицательное постоянное напряжение, регулируемое резистором R_1 и соответствующее параметру нелинейности Λ со знаком «-». На третий вход подается напряжение с выхода генератора шума. Когда $U_{\text{ex.3}}=0$, на динамику схемы влияют только внутренние шумы, и передаточная характеристика всего нелинейного элемента имеет вид $U_{\text{вых.нэ}} = -K_1 y_n^2/10 - K_2(-\Lambda)$. Для соответствия с формулой (2) подбором резисторов выбираем коэффициенты усиления $K_1=2$ и $K_2=1$. Таким образом, передаточная характеристика нелинейного элемента задается соотношением $U_{\text{вых.нэ}} = \Lambda - y_n^2/5$, что соответствует формуле (2).

При $U_{\text{ex.3}} \neq 0$ на динамику системы влияет напряжение, подаваемое с выхода генератора шума. Этот режим работы предназначен для исследования влияния шума на динамику отображения (2).

При экспериментальном исследовании напряжения со входа и выхода нелинейного элемента подаются на входы осциллографа. В режиме временной развертки на экране осциллографа можно наблюдать временную реализацию сигнала, поданного на один из его входов. Четкой картины можно добиться при наблюдении периодических колебаний в режиме периодической развертки с внутренней синхронизацией. Для этого следует подбирать период развертки и уровень синхронизации.

При выключенной внутренней развертке осциллографа картина на его экране соответствует фазовому портрету исследуемой системы: в периодических режимах это набор точек, в хаотическом — сплошные полосы. Для наблюдения на экране фазового портрета в восстановленном двумерном фазовом пространстве на входы X и Y осциллографа подаются напряжения с двух точек схемы.

Цифровой вольтметр используется для точного измерения напряжения, соответствующего величине управляющего параметра. Генератор шума формирует шумовой сигнал с нормальным распределением, уровень (дисперсия) которого может регулироваться. Он предназначен для введения дополнительного шума в схему. Переменный резистор R_1 , предназначенный для изменения параметра нелинейности модели, выведен на переднюю панель прибора.

Методика экспериментальных исследований и практическое задание.

- 1) Включить измерительную установку.
 - Включить осциллограф, анализатор спектра и цифровой вольтметр тумблерами «сеть», находящимися на передней панели приборов.
 - Включить лабораторный макет тумблером на задней панели.
- 2) Пользуясь анализатором спектра и осциллографом при изменении параметра Λ (регулировка осуществляется изменением величины R_1 , находящимся на передней панели лабораторного макета):
 - пронаблюдать и описать последовательность колебательных режимов во всем диапазоне изменения параметра и сравнить с порядком Шарковского (см. приложение 2).
 - определить значения параметра Λ_i , где $i = 1, 2, 3, \dots$, при которых наблюдаются бифуркации удвоения периода ко-

лебаний, критическую точку, а также значения параметра, соответствующие окнам периодичности в хаосе. В точках бифуркаций удвоения с помощью осциллографа измерить значения динамической переменной.

- 3) Пользуясь бифуркационными значениями параметра Λ_i и измерив относительный уровень субгармоник различного уровня в спектре на пороге перехода к хаосу получить значения универсальных констант Фейгенбаума и сравнить их с теоретическими (см. приложение 2).
- 4) Включить генератор шума и исследовать, как зависит от уровня дополнительного шума число бифуркаций удвоения, предшествующих переходу к хаосу.

Меры предосторожности и безопасности

Основным источником опасности в работе являются розетки и провода сети 220 в, а также части измерительных приборов, скрытые под корпусами, находящиеся при высоких напряжениях. Как в типичном случае работы с электроприборами, при выполнении экспериментальных заданий следует работать одной рукой и не допускать контакта с заземленными предметами. При обнаружении нарушений в корпусах приборов, отсоединения заземляющих проводников или других нарушений установки следует работу прекратить и сообщить о неполадках преподавателю.

Контрольные вопросы

1. Поясните принцип действия схем на переключаемых конденсаторах.
2. Чем ограничиваются временные и амплитудные масштабы колебаний в кольцевой схеме? При каких условиях она может быть аналоговой моделью отображения?
3. Динамические свойства логистического отображения.
4. Универсальные закономерности Фейгенбаума.
5. Объясните принципиальную схему исследуемой в работе модели квадратичного отображения.
6. Возможное применение схем на переключаемых конденсаторах.
7. Меры предосторожности и правила техники безопасности при выполнении работы.

Приложение 1

Аналоговые перемножители сигналов.

В настоящее время наибольшее распространение получили логарифмические и параболические перемножители, перемножители на основе использования управляемых дифференциальных делителей и амплитудно-широтной импульсной модуляции, а также перемножители на полевых транзисторах [2].

Типичным параболическим перемножителем является схема, реализующая сумму или разность входных сигналов, возведенных в квадрат: $U_x U_y = [(U_x + U_y)^2 - (U_x - U_y)^2] / 4$. Члены, содержащие квадраты переменных, получают при помощи диодных функциональных преобразователей, работающих в режиме кусочно-линейной аппроксимации.

Структурная схема логарифмического перемножителя показана на рис.П1.1. В схеме используются логарифмический и экспоненциальный усилители.

В обозначениях рис.П1.1 получаем соотношения:
 $U_0 = k(\ln(U_x) + \ln(U_y)) = k \ln(U_x U_y)$; $U_{вых.} = k \exp(\ln(U_0)) = k U_x U_y$.

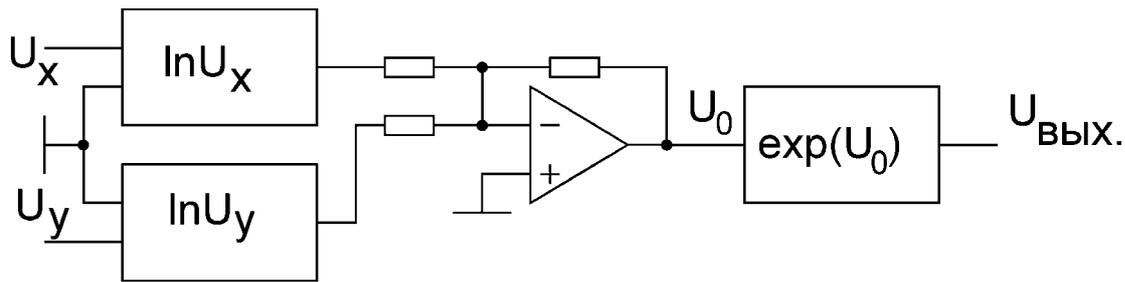


Рис.П1.1. Структурная схема одноквадрантного логарифмического перемножителя.

Наибольшее распространение при проектировании аналоговых перемножителей сигналов в интегральном исполнении получили перемножители, построенные на дифференциальных транзисторных парах. Этот принцип основан на том, что изменение входного напряжения, приложенного к базам дифференциальных пар транзисторов, вызывает пропорциональное изменение крутизны (передаточной характеристики транзисторов). Именно эти перемножители получили наибольшее распространение при проектировании перемножителей в интегральном исполнении, один из которых использован в этой лабораторной работе.

Приложение 2. Квадратичное отображение и закономерности Фейгенбаума.

Одномерное отображение с одним квадратичным максимумом вида:

$$x_{n+1} = \lambda x_n (1 - x_n) \quad (\text{П2.1})$$

было введено в 1845г. П.Ф. Ферхюльстом для описания динамики изменения численности особей одного вида в замкнутой среде. Численность особей x_{n+1} в $(n+1)$ -й год пропорциональна численности в предыдущий год x_n , а также свободной части жизненного пространства (пропорциональной $(1-x_n)$) и параметру λ , который зависит от плодовитости вида, реальной площади для жизни и других условий развития. Заменой переменных уравнение (П2.1) приводится к виду:

$$x_{n+1} = \lambda - x_n^2. \quad (\text{П2.2})$$

Уравнения (П2.1), (П2.2) изучались и математиками как простейшие примеры динамических систем с нетривиальным поведением.

Поведение рекуррентного уравнения (П2.2) (вид бесконечной последовательности x_n) определяется величинами λ и начальным значением x_0 . При малых $\lambda (< 0.75)$ последовательность x_n сходится к предельному значению, не зависящему от x_0 , но зависящему от λ . В области $0.75 < \lambda < 1.401$ устанавливается режим колебаний с периодом 2, 4, 16... шагов итераций. Аналитически находятся два первых значения параметра, при которых удваивается период: $\lambda_1 = 0.75$; $\lambda_2 = 1.25$. Другие значения λ , соответствующие удвоениям периода и критическая точка (в которой период становится равным бесконечности), находятся численно: 1.368099, 1.394046, 1.399637, ..., 1.401155.

Всплеск интереса к разностному уравнению (П2.2) произошел в 1978 г., после того, как американский ученый М. Фейгенбаум установил с его помощью наличие универсальных закономерностей перехода к хаосу через последовательность бифуркаций удвоения периода [8]. Фейгенбаум показал, что эти закономерности присущи всем отображениям вида $x_{n+1} = f(x_n)$, в которых функция $f(x_n)$ на интервале рассмотрения имеет единственный квадратичный максимум, а качественное поведение при переходе к хаосу описывается универсальными константами (называемых константами Фейгенбаума α и δ) [4,8].

Помимо Фейгенбаума, исследованием одномерных отображений занимались и российские ученые. Так, Шарковский [3] показал, что гладкие унимодальные отображения обладают фундаментальным свойством, выражающимся в существовании ряда решений, последовательно сменяющих друг друга при изменении управляющего параметра:

$3 \rightarrow 5 \rightarrow 7 \rightarrow 9 \dots 2 \cdot 3 \rightarrow 2 \cdot 5 \rightarrow 2 \cdot 7 \rightarrow 2 \cdot 9 \dots \rightarrow 2^2 \cdot 3 \rightarrow 2^2 \cdot 5 \rightarrow 2^2 \cdot 7 \dots \rightarrow 2^3 \rightarrow 2^2 \rightarrow 2 \rightarrow 1$, где цифры соответствуют периоду решения в единицах шага итерации.

Оказывается, что последовательность значений, при которых происходят бифуркации удвоения периода (см.рис.П2.1), удовлетворяют масштабному соотношению:

$$\lambda_n = \lambda_c - C \delta^{-n}, \quad (\text{П2.3})$$

где λ_n — значения параметра, соответствующие бифуркациям удвоения, λ_c — критическое значение параметра, C — неуниверсальная константа, равная 3.3814... для логистического отображения, $\delta=4.669201$ — универсальная константа Фейгенбаума. Универсальную константу δ можно определить по точкам бифуркаций удвоения периода с помощью соотношения:

$$\delta = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\lambda_{n+1} - \lambda_n}{\lambda_{n+2} - \lambda_{n+1}}, \quad (\text{П2.4})$$

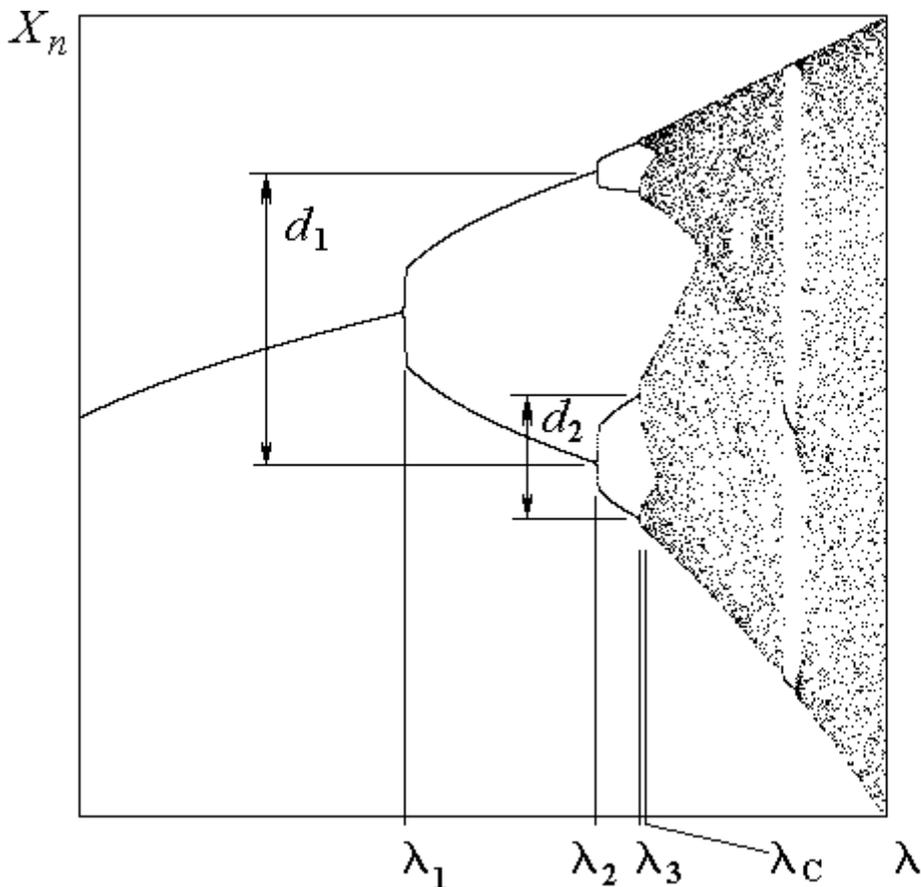


Рис.П2.1. Одномерная бифуркационная диаграмма логистического отображения (1)

Вторая универсальная константа (см. рис.П2.1) определяется с помощью соотношения:

$$\alpha = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{d_n}{d_{n+1}}, \quad (\text{П2.5})$$

и равна $\alpha=2.5029078750\dots$

Для закритической области ($\lambda > \lambda_c$) характерно наличие странного аттрактора, однако в некоторых областях параметра λ наблюдается периодическое движение (окна периодичности). Внутри окон периодичности также наблюдается переход к хаосу через последовательность бифуркаций удвоения периода.

В эксперименте не удается наблюдать бесконечную последовательность бифуркаций удвоения, поскольку проявляется влияние внешнего шума. Воздействием шума на динамику отображения занимался целый ряд ученых, однако, эта проблема в общем виде не решена. Известно [9], что дерево Фейгенбаума видоизменяется под действием шума, причем его рассмотрение в разных масштабах демонстрирует свойства универсальности.

Аналогичный переход к сложной динамике демонстрируют и другие рекуррентные соотношения вида $x_{n+1}=f(x_n)$, причем независимо от конкретного вида отображения, последовательность x_n соответствует формуле (П2.3) с одним и тем же числом δ (величины C и λ_c отличаются) в случае, если разложение Тейлора функции $f(x)$ относительно максимума начинается с квадратичного члена.

Помимо дискретных отображений, переход к хаосу наблюдается и в других динамических системах (дифференциальные уравнения, системы с задержкой) [6,7].

В настоящее время, в основном благодаря работам российских ученых, стало ясно, что универсальность Фейгенбаума не исчерпывает всех возможных ситуаций, наблюдаемых при переходе к хаосу через последовательность бифуркаций удвоения периода. Таким образом, в настоящее время уместно говорить о целом классе универсальных явлений, характерных для широкого класса систем различной природы [5,7,10,11].

Приложение 3.

Прикладные возможности схемы на переключаемых конденсаторах.

В двух одинаковых кольцевых системах, синхронизируемых одним тактовым генератором, при возбуждении колебаний периода NT , где $N = 2, 3, 4, \dots$ а T — период тактового генератора, имеют место N мультистабильных состояний. Проиллюстрируем мультистабильные состояния на примере двух одинаковых систем с квадратичным нелинейным элементом, синхронизируемых одним тактовым генератором. Пусть в каждой из систем наблюдается периодическая последовательность значений U_1, U_2, U_3, U_4 . Тогда возможны четыре различных состояния, отличающиеся друг от друга сдвигом фазы (см.рис. ПЗ.1).

Удобно рассматривать одну систему в качестве базовой, и относительно нее подсчитывать сдвиг фазы для второй системы. Емкость такого запоминающего устройства составляет 2 бит. С добавлением каждой последующей системы информационная емкость возрастает на 2 бита. С каждой последующей бифуркацией удвоения емкость запоминающего устройства возрастает вдвое.

Физически нарастание информационной емкости такого запоминающего устройства, связанное с увеличением периода колебаний, ограничено наличием шумов в системе. Помимо режимов периода $2^n T$ (T — период тактового генератора), возможно запоминание информации на многоленточных аттракторах, а также на окнах периодичности в хаосе с периодами $3 \cdot 2^n, 5 \cdot 2^n, \dots$

Запись информации в этом запоминающем устройстве осуществляется подачей определенного напряжения, равного одному из значений U_1, U_2, U_3, U_4 на конденсатор второй системы в момент времени, соответствующий появлению напряжения U_i на конденсаторе первой системы. Считывание информации заключается в измерении напряжения на второй системе в этот же момент времени.

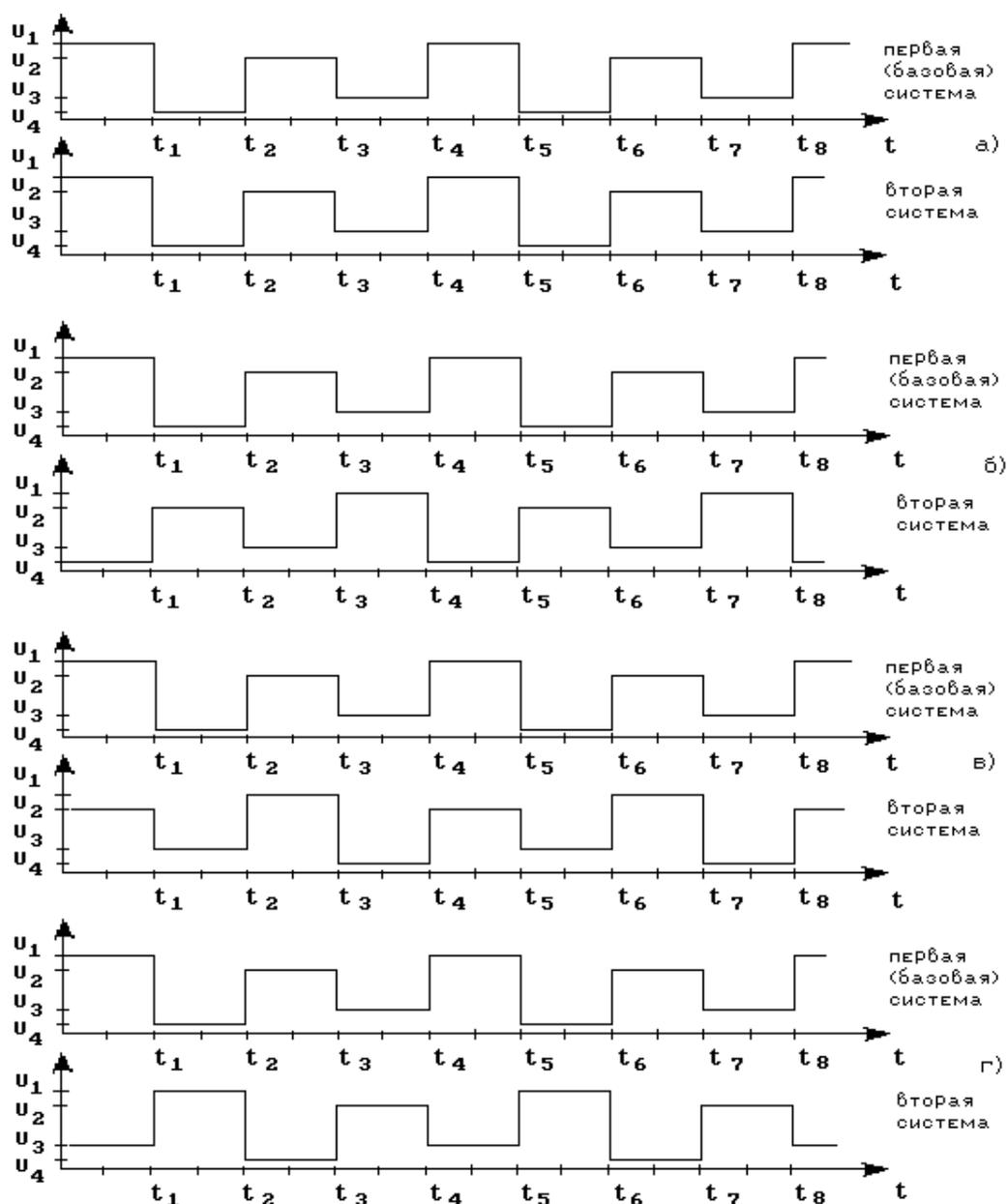


Рис.ПЗ.1. Иллюстрация принципа хранения информации в устройстве, моделирующем поведение дискретного отображения.

При использовании таких систем в качестве запоминающих для вычислительных устройств в качестве тактового генератора может быть взят тактовый генератор вычислительного устройства. В качестве нелинейного элемента могут быть использованы λ -

диоды, в качестве электронных ключей — МОП-транзисторы. Таким образом, все элементы схемы допускают интегральное исполнение, что позволяет создавать миниатюрные запоминающие устройства большой емкости.

Данная система имеет широкие функциональные возможности. Например, при необходимости она может быть использована как датчик периодических и непериодических последовательностей чисел. Для этого необходимо подобрать такие значения параметра нелинейного элемента, чтобы в кольцевой системе возбуждался необходимый периодический или хаотический режим.

Список литературы

1. Родригес-Васкес А., Хуэртас Х.Л., Руэда А., Перес-Вердю Б., Чжуа Л.О. Хаос в схемах на переключаемых конденсаторах: дискретные отображения. ТИИЭР. — 1987. — Т.75, №8. — С.124—140.
2. Тимонтеев В.Н., Величко Л.М., Ткаченко В.А. Аналоговые перемножители сигналов в радиоэлектронной аппаратуре. — М.: Радио и связь, 1982. — 112с., ил.
3. Шарковский А.Н., Коляда С.Ф., Сивак А.Г., Федоренко В.В. Динамика одномерных отображений. Киев.: Наук. думка, 1989. — 216с.
4. Кузнецов С.П., Ерастова Е.Н. Теория Фейгенбаума. В кн: Лекции по электронике СВЧ и радиофизике (6-я зимняя школа-семинар инженеров). Книга 2. Изд-во Саратов. ун-та. С.3—22. — 1983.
5. Кузнецов А.П., Кузнецов С.П. Критическая динамика одномерных отображений. Часть 1. Сценарий Фейгенбаума// Изв. вузов. Прикладная нелинейная динамика. 1993. №1,2. С.15—31.
6. Берже П., Помо И., Видадь К. Порядок в хаосе. О детерминистском подходе к турбулентности: Пер. с франц. — М.:Мир, 1991. — 368 с., ил.
7. Мун Ф. Хаотические колебания: Вводный курс для научных работников и инженеров: Пер. с англ. — М.: Мир, 1990. — 312 с., ил.
8. Фейгенбаум М. Универсальность в поведении нелинейных систем.// УФН, 1983. — Т.141, №2. — С.343—374.
9. Шустер Г. Детерминированный хаос: Введение: Пер. с англ. — М.:Мир, 1988. — 240 с., ил., С.68—71.
10. Кузнецов А.П., Кузнецов С.П., Сатаев И.Р. Критическая динамика одномерных отображений. Часть 2. Двухпараметрический переход к хаосу. // Изв. вузов. Прикладная нелинейная динамика. 1993. №3,4. С.17—35.
11. Кузнецов С.П. Универсальность и подобие в поведении связанных систем Фейгенбаума.// Изв. вузов. Радиофизика. 1985. — Т.28, №8. — С.991—1007.

Учебно-методическое пособие

БЕСПЯТОВ Александр Борисович
ПОНОМАРЕНКО Владимир Иванович

**Сложная динамика схемы
на переключаемых конденсаторах**

ГосУНЦ «Колледж», Лицензия ЛР № 020773 от 15.05.98

Заказ № 21. Подписано к печати 10.09.99.
Усл. печ. л. 1,39(1,5). Уч.-изд. л. 1,2. Тираж 100 экз.

Издательство ГосУНЦ «Колледж»
410026, Саратов, ул. Астраханская, 83.
Тел. (845-2)514298



Отпечатано на ризографе издательства ГосУНЦ «Колледж»