

К работе № 1. «Глобальная реконструкция отображений».

*Цель.* Применить на практике алгоритм глобальной реконструкции:

- научиться подбирать оптимальные значения размерности модели и порядка полинома,
- отследить влияние длины тренировочного временного ряда на качество восстановленной модели при различных уровнях шума.

*Задача.* Получить и записать скалярный временной ряд, генерируемый каким-либо эталонным отображением («чистый» и зашумленный) и восстановить по нему различные модельные отображения. На данном примере проследить влияние различных факторов на качество реконструкции.

*Примечание:* При выполнении работы полученные результаты (файл отчета report.txt) после окончания занятия желательно перемещать в свой каталог. Иначе следующие пользователи будут их автоматически изменять. Результаты работы (таблицы, графики) можно оформлять одним из двух способов: в электронном виде (с помощью Microsoft Excel и т.п.) или в бумажном виде (обычный отчет о лабораторной работе).

- 1) С помощью программы **MapSimulator** (приложение 1) получите и запишите не зашумленный хаотический сигнал длиной 10000 значений, генерируемый одним из эталонных отображений (заданным преподавателем). Например, скалярный временной ряд, генерируемый отображением Эно при значениях параметров  $a = 1.5$ ,  $b = 0.2$  и любых начальных условиях (см. рис.П.1.1).
- 2) С помощью программы **GlobalMap** (приложение 2) восстановите по тренировочному временному ряду (длиной 1000 итераций) одномерное отображение ( $D = 1$ ), используя аппроксимацию полиномом различных порядков  $K$  (например, от 0 до 5). Постройте графики зависимостей  $\varepsilon(K)$  и  $\tau_{pred}(K)$ <sup>1</sup>, для этого можно использовать результаты моделирования из файла отчета (рис.П.2.2). Выберите наилучшую модель.

---

<sup>1</sup> Обратите внимание: если дальность прогноза оказалась равной длине тестового участка  $L_{test}$ , это значит, что дальность прогноза не выяснена (она на самом деле больше). Нужно проверить модель снова, увеличив  $L_{test}$ .

- 3) Если не удастся получить достаточно эффективную модель (т.е. модель, демонстрирующую качественно схожее с объектом поведение и/или дающую хороший количественный прогноз), то по тому же ряду реконструируйте двухмерное отображение ( $D = 2$ ), также используя аппроксимацию стандартным полиномом различных порядков  $K$ . Найдите  $K$ , при котором достигается наилучшее соответствие модели и объекта, используя для этого графики  $\varepsilon(K)$  и  $\tau_{pred}(K)$  и визуальное сравнение фазовых портретов.
- 4) Если модели вновь не удовлетворительны, увеличьте  $D$  и повторите действия п.3. Определите оптимальные значения  $D$  и  $K$ , позволяющие получить эффективную модель.
- 5) Запишите временной ряд (тот же, что в п.1), добавив шум с некоторым стандартным отклонением  $\sigma_{noise}$  (например, для отношения сигнал/шум<sup>2</sup> в 100 дБ, 80 дБ, 60 дБ, 40 дБ).
- 6) По каждому из зашумленных рядов восстановите отображение с найденными ранее оптимальными значениями  $D$  и  $K$ , используя различную длину тренировочного ряда  $N_{train}$  (для примера из п.1, можно начинать с 10 значений и далее: 25, 50, 100, 500, 1000, 5000 значений). Постройте график зависимости  $\tau_{pred}(N_{train})$  (а также график  $\varepsilon_{coeff}(N_{train})$ <sup>3</sup>, если есть, с чем сравнивать значения коэффициентов восстановленного отображения).
- 7) Постройте график для максимальной достигаемой дальности прогноза от уровня шума  $\tau_{pred}(\sigma_{noise})$ . Сравните максимальную достигаемую дальность прогноза при наличии шумов с оценкой (14) (значение ляпуновского показателя выясните у преподавателя).

---

<sup>2</sup> Отношение сигнал/шум измеряется по формуле  $20 \lg \frac{\sigma_{signal}}{\sigma_{noise}}$  (дБ), где  $\sigma_{signal}$  — стандартное отклонение

«чистого» сигнала. При записи зашумленного ряда с помощью программы **MapSimulator** укажите соответствующее значение параметра std (standard deviation — стандартное отклонение шума  $\sigma_{noise}$ ). Его необходимо рассчитать (по порядку величины), зная амплитуду колебаний сигнала.

<sup>3</sup> Погрешность расчета коэффициентов определяйте только по порядку величины («на глазок»), используя файл отчета.

## К работе № 2. «Локальные линейные модели».

*Цель.* Применить на практике изложенный метод построения локальных линейных моделей:

- научиться подбирать оптимальное (при данной длине тренировочного ряда) значение размера окрестности,
- отследить зависимость точности прогноза от количества данных и от уровня шума в системе.

*Задача.* Осуществить прогноз процесса, являющегося реализацией одного из эталонных отображений (заданного преподавателем).

*Примечание:* При выполнении работы полученные результаты (файл отчета report.txt) желательно после окончания занятия перемещать в свой каталог. Иначе следующие пользователи будут их автоматически изменять. Результаты работы (таблицы, графики) можно оформлять одним из двух способов: в электронном виде (с помощью Microsoft Excel и т.п.) или в бумажном виде (обычный отчет о лабораторной работе).

1. С помощью программы **MapSimulator** (приложение 1) получите и запишите исходный временной ряд: не зашумленную хаотическую временную реализацию одного из эталонных отображений (заданного преподавателем) длиной 20000 итераций. Например, для отображения Эно при  $a = 1.5$ ,  $b = 0.2$  и любых начальных условиях (см. рис.П.1.1).
2. С помощью программы **LLMap** (приложение 3) осуществите прогноз наблюдаемого процесса. Для этого используйте тренировочный ряд длиной 100 итераций. Сразу выберите «правильную» размерность модели. Используйте для построения модели различные значения размера окрестности  $\varepsilon_{box}$  (диапазон их изменения может быть от 0.2 до 0.001, шаг изменения варьируйте — чем ближе к оптимальному значению, тем меньше шаг, чтобы точнее определить наилучшее значение  $\varepsilon_{box}$ ). Постройте график зависимости  $\tau_{pred}(\varepsilon_{box})^4$  как для прямого, так и для итерационного методов. Для того что-

---

<sup>4</sup> Обратите внимание: если дальность прогноза оказалась равной длине тестового участка  $L_{test}$ , это значит, что дальность прогноза не выяснена (она на самом деле больше). Нужно проверить модель снова, увеличив  $L_{test}$ .

бы понять причину эффективности или неэффективности прогноза при данном  $\varepsilon_{box}$ , просматривайте количество найденных соседей (файл neighbors.txt). Объясните вид полученной зависимости. Определите оптимальный размер окрестности  $\varepsilon_{opt}$ .

- Используйте для построения локальной модели тренировочные ряды различной длины (например, 500, 1000, 5000, 10000, 15000 итераций). Выполните для них задание 2. Постройте графики для оптимального размера окрестности  $\varepsilon_{opt}(N_{train})$  и соответствующей дальности прогноза  $\tau_{pred}(N_{train})$ . Объясните вид полученных зависимостей. Сравните точность прогноза, полученного с помощью итерационного и прямого методов.
- Запишите тот же временной ряд (п.1) с добавлением шума различной интенсивности (отношение сигнал/шум<sup>5</sup> в 100, 80, 60, 40 дБ). Постройте график максимальной дальности прогноза  $\tau_{pred}(\sigma_{noise})$ , используя для каждого из рядов одинаковое значение  $N_{train} = 15000$  и свое (заново подобранное) значение  $\varepsilon_{box} = \varepsilon_{opt}$ .

---

<sup>5</sup> Отношение сигнал/шум измеряется по формуле  $20 \lg \frac{\sigma_{signal}}{\sigma_{noise}}$  (дБ), где  $\sigma_{signal}$  — стандартное отклонение сигнала. При записи зашумленного ряда с помощью программы **MapSimulator** укажите соответствующее значение параметра std (standard deviation — стандартное отклонение шума  $\sigma_{noise}$ ). Его необходимо рассчитать (по порядку величины), зная амплитуду колебаний сигнала.