



ОРИГИНАЛЬНЫЕ СТАТЬИ

УДК: 530.182, 51-73
MSC 2010: 37M10

**Оценка работоспособности метода причинности
по Грейнджеру для выявления
однонаправленной связи при наличии общей
внешней низкочастотной помехи**

М. В. Корнилов, И. В. Сысоев

Внешняя низкочастотная помеха (в том числе помеха с выраженной основной частотой) — распространённая проблема при измерении сложных сигналов, которая может повлиять на результаты оценки связанности между ними. Поскольку полностью убрать помеху, не затрагивая сам сигнал, невозможно, остаётся открытым вопрос: что меньше искажает результаты оценки связанности — фильтрация помехи или её игнорирование?

Метод причинности по Грейнджеру — наиболее популярный в последнее время подход к оценке направленной связанности между системами по их наблюдаемым сигналам, использующий построение прогностических эмпирических моделей. Чаще всего используются линейные и нелинейные авторегрессионные модели (отображения последования). Поскольку метод параметрический, его успех в значительной степени зависит от параметров модели и свойств сигналов, поэтому метод стараются специализировать, приспособив к данным. В физиологии и климатологии большинство сигналов имеют ярко выраженный временной масштаб, поэтому задача адаптации метода причинности по Грейнджеру к сигналам с выделенным временным масштабом — одна из самых актуальных.

Получено 23 мая 2017 года
После доработки 14 августа 2017 года

Работа выполнена при поддержке гранта РФФИ 17-02-00307 и стипендии Президента РФ для молодых учёных СП-1510.2015.4.

Корнилов Максим Вячеславович

kornilovmv@gmail.com

Сысоев Илья Вячеславович

ivssci@gmail.com

Саратовский национальный исследовательский государственный университет им. Н. Г. Чернышевского
410012, Россия, г. Саратов, ул. Астраханская, д. 83

Саратовский филиал Института радиотехники и электроники им. В. А. Котельникова РАН
410019, Россия, г. Саратов, ул. Зеленая, д. 38



Целью данной работы является определение рекомендаций по применению метода причинности по Грейнджеру для сигналов с выраженным временным масштабом при наличии общей низкочастотной помехи. Работа ограничена случаем тестирования на одностороннюю связанность и использует рекомендации и критерии эффективности метода, разработанные ранее. Чувствительность и специфичность метода оцениваются с использованием суррогатных временных рядов. Для тестирования используются эталонные системы нелинейной динамики и радиофизики.

Показано, что чувствительность и специфичность метода нелинейно уменьшаются при увеличении значений амплитуды общей помехи. Данные зависимости различны при разных параметрах модели. При мощности помехи в несколько процентов от мощности сигнала лучшие результаты достигаются, если не фильтровать помеху, а подобрать параметры метода. При больших мощностях помехи фильтрация предпочтительнее.

Ключевые слова: временные ряды, анализ связанности, причинность по Грейнджеру, низкочастотная помеха

1. Введение

Методы нелинейной динамики активно используются для выявления направленной связи между системами на основе их временных реализаций. Для оценки направленной связанности чаще всего используются метод причинности по Грейнджеру [1], энтропия переноса [2] и частная направленная когерентность [3]. Эти подходы получили признание в задачах нейрофизиологии, кардиологии, климатологии, эконометрики. Из них метод причинности по Грейнджеру является самым востребованным, так как, будучи параметризованным, предъявляет меньшие требования к объёму экспериментальных данных, что важно из-за нестационарности и краткосрочности многих исследуемых явлений.

Идея метода причинности по Грейнджеру состоит в построении предсказательных моделей. При проверке возможного воздействия системы Y на систему X сначала строится эмпирическая прогностическая модель для системы X по данным из её собственного временного ряда, а затем — с привлечением временного ряда системы Y . Если учёт данных из ряда системы Y позволяет значимо уменьшить ошибку прогноза будущей системы X , делается вывод о влиянии Y на X . Чтобы оценить значимость уменьшения ошибки, используются различные теоретические оценки [4] (при этом делаются предположения о свойствах экспериментальных сигналов) либо генерируются суррогатные данные одним из известных способов [5].

Поскольку метод причинности по Грейнджеру применяется уже в течение значительного времени, возникли различные варианты построения прогностических моделей. В исходной работе [1] использовались только линейные авторегрессионные модели. Однако они часто оказываются недостаточны [6]. С ростом мощностей вычислительной техники появилась возможность использовать полиномиальные модели со степенными полиномами [7, 8], радикальными базисными функциями [9] и ядерными функциями [10]. Для исследования эволюции связей в сильно нестационарных системах были разработаны специальные версии метода причинности по Грейнджеру для использования в скользящем временном окне [11, 12]. Большинство реализаций метода причинности по Грейнджеру нацелены на попарный анализ, хотя исходная идея, изложенная в [1], была шире. Следуя ей, в некоторых работах делается попытка адаптировать метод к многомерным данным и одновременно достигнуть разрешения результатов по частоте [13].

Верному выявлению направленной связи препятствует не только сложность исследуемых систем. Данные, полученные от реальных источников, зачастую могут быть искажены наличием различного рода помех, артефактов, шумов, ошибок, связанных с измерительной точностью, и т. п. Как правило, методы, диагностирующие наличие направленной связи, тестируют при наличии высокочастотного шума [22–25], который на практике может быть достаточно хорошо как аппаратно, так и программно фильтрован. В данной работе рассматривается случай, когда сигналы системы, связанность между которыми нужно определить, искажены общею низкочастотной помехой. Такое искажение сигнала в физических системах может иметь высокую амплитуду и быть как искажением в канале связи, так и присуще самой системе по её природе. Например, при изучении архитектуры связей между областями головного мозга по данным электроэнцефалограмм в качестве низкочастотной помехи выступают дыхательная и сердечно-сосудистая деятельность.

Одним из популярных методов устранения высокочастотных и низкочастотных искажений сигналов является фильтрация. Но фильтрация не только позволяет устранить помеху, но и влечёт за собою искажение полезного сигнала, что ведёт к потере части полезной информации. Поэтому задачами данной работы является выявить случаи, когда фильтрация предпочтительна, а когда следует смириться с существованием помехи, и определить, при каких амплитудах и частотах помехи ещё можно надеяться на успех. Так как решение данной задачи для сигналов произвольного вида крайне затруднительно, мы ограничились случаем, когда сигналы исследуемых систем имеют основной выраженный временной масштаб. Такие сигналы распространены в нейрофизиологии, кардиологии, климатологии и представляют значительный интерес для исследователей. Кроме того, для сигналов этого типа в работах [15, 18] уже предложены рекомендации по выбору параметров метода.

Помимо выбора класса сигналов, для которых проводится рассмотрение, важно также определиться с видом моделей. В работе [7] показано, что использование в качестве аппроксимирующих функций степенных полиномов общего вида более оправдано, чем неполных полиномов, а в работе [14] — что локально-линейные модели для данного типа сигналов малоприспособны. Поскольку модели с радиальными базисными функциями [9] и вообще с любыми локальными функциями требуют большого объёма данных, мы решили ограничиться степенными полиномами по аналогии с большинством упомянутых работ [6–8, 12]. Хотя полиномиальные модели могут быть далеко не самыми эффективными при реконструкции оператора эволюции [19], воспроизведение динамического режима не всегда необходимо и целесообразно, если модель используется для поиска связанности [17].

Для того чтобы охарактеризовать эффективность метода в широком диапазоне параметров, были использованы интегральные критерии, предложенные в [15]. Тестирование проводилось только для однонаправленно связанных систем.

2. Методика исследования

Исследование проводилось на основе численного эксперимента, в котором в качестве объекта исследования использовались следующие наблюдаемые:

$$\begin{aligned}x(t) &= u(t) + \theta \cdot w(t), \\y(t) &= v(t) + \theta \cdot w(t),\end{aligned}\tag{2.1}$$

где u , v — динамические переменные объектов (в численном эксперименте — эталонных динамических систем), причём система, порождающая ряд v , действует на систему, порож-

дающую ряд u , w — временной ряд аддитивно добавляемой (не влияющей на динамику) общей внешней низкочастотной помехи, θ — коэффициент силы её воздействия (коэффициент умножения). Коэффициент θ изменялся от 0 до значения, при котором величина дисперсии аддитивно добавляемого временного ряда $\{\theta \cdot w_i\}_{i=1}^N$ составляла 15 % от дисперсии $\{u\}_{i=1}^N$.

Поскольку в предложенной постановке важны как величина коэффициента умножения θ , так и амплитуда самой помехи, для оценки степени её воздействия была введена величина эффективной относительной дисперсии помехи:

$$\Theta = \frac{\theta^2 \sigma_{w(t)}^2}{\sigma_{u(t)}^2}; \quad (2.2)$$

$\Theta = 0$, когда внешняя низкочастотная помеха отсутствует во временном ряде измерительной функции $x(t)$, $\Theta = 1$ при значениях амплитуды сигнала $(\theta \cdot w(t))$, близких к амплитуде сигнала $u(t)$ (хотя более правильно формулировать этот критерий относительно дисперсий, амплитуды должны быть в близком отношении, так как все рассматриваемые сигналы $u(t)$, $v(t)$ и $w(t)$ имеют один характерный временной масштаб).

Полученные по формуле (2.1) временные ряды исследовались на связанность методом причинности по Грейнджеру.

2.1. Метод причинности по Грейнджеру

Пусть имеются записи колебаний двух систем — ряд $\{x_n\}_{n=1}^N$ от системы X и ряд $\{y_n\}_{n=1}^N$ от системы Y , где $n = 1, 2, \dots, N$ — дискретное время, N — длина рядов. На основе анализа реализаций $\{x_n\}_{n=1}^N$ и $\{y_n\}_{n=1}^N$, которые в общем случае содержат шумы и помехи, требуется определить, влияет ли система Y на систему X . На первом шаге строится индивидуальная модель (динамическая система):

$$x'_{n+\tau} = f(x_n, x_{n-l}, \dots, x_{n-(D_s-1)l}, \mathbf{c}^s), \quad (2.3)$$

где x'_n — предсказанное значение в момент времени n , которое может отличаться от измеренного значения x_n , f — аппроксимирующая функция (если она нелинейна, метод называется нелинейной причинностью по Грейнджеру), l — лаг модели (количество шагов дискретного времени между точками ряда, образующими D_s -мерный вектор состояний модели $\mathbf{x}_n(x_n, x_{n-1}, \dots, x_{n-(D_s-1)l})$, τ — дальность прогноза (расстояние во времени между предсказываемой точкой и наиболее близкой точкой вектора состояния), D_s — размерность индивидуальной модели (число точек временного ряда, составляющих вектор состояния, который реконструируется методом временных задержек [20, 21]), \mathbf{c}^s — неизвестный вектор коэффициентов, который подбирается методом наименьших квадратов так, чтобы минимизировать среднеквадратичную ошибку аппроксимации (2.3):

$$\varepsilon_s^2 = \frac{1}{N} \sum_{n=\tau+(D_s-1)l+1}^N (x'_n - x_n)^2. \quad (2.4)$$

Следующим шагом строится совместная модель, в которой кроме данных из ряда $\{x_n\}_{n=1}^N$ используется D_a членов из ряда $\{y_n\}_{n=1}^N$:

$$x''_{n+\tau} = g(x_n, x_{n-l}, \dots, x_{n-(D_s-1)l}, y_n, y_{n-l}, \dots, y_{n-(D_a-1)l}, \mathbf{c}^j), \quad (2.5)$$



где x_n'' есть предсказанное моделью значение, c^j — коэффициенты совместной модели. Минимизированная среднеквадратичная ошибка прогноза совместной модели, аналогично (2.4), имеет вид

$$\varepsilon_j^2 = \frac{1}{N} \sum_{n=\tau+(\max(D_s, D_a)-1)l+1}^N (x_n'' - x_n)^2. \quad (2.6)$$

При $\varepsilon_j^2 < \varepsilon_S^2$ говорят, что Y действует на X (системы связаны).

В качестве меры связанности, как правило, используется *показатель улучшения прогноза* (также называемый *улучшением прогноза* и даже *причинностью по Грейнджеру*):

$$PI = 1 - \frac{\varepsilon_j^2}{\varepsilon_S^2}. \quad (2.7)$$

Если $PI = 0$ (учёт сигнала Y не помог в предсказании X), то считают, что Y не воздействует на X . Если же $PI \rightarrow 1$ (учёт сигнала Y существенно улучшил предсказание X), считают, что Y воздействует на X .

2.2. Данные для тестирования

В численном эксперименте использовались системы, обладающие ярко выраженными характерными временными масштабами, карта динамических режимов которых хорошо изучена.

В качестве внешней низкочастотной помехи $w(t)$ были выбраны временные ряды второй координаты w_2 уравнения Кияшко–Пиковского–Рабиновича:

$$\begin{cases} \dot{w}_1 = 0.15w_1 + w_2 - 0.93w_3, \\ \dot{w}_2 = -w_1, \\ 0.2\dot{w}_3 = w_1 - f(w_3), \\ f(w) = 8.592w - 22w^2 + 14.408w^3. \end{cases} \quad (2.8)$$

В качестве сигналов $u(t)$ и $v(t)$ (2.1) использовались временные ряды решений уравнений эталонных динамических систем, параметры которых подбирались таким образом, чтобы получить хаотические режимы, и которые интегрировались методом Рунге–Кутты 4-го порядка. Рассматривались два набора систем, связанных однонаправленной связью.

В первом случае использовались временные ряды осцилляторов Рёсслера:

$$\begin{cases} \dot{u}_1 = -u_2 - u_3, \\ \dot{u}_2 = u_1 + a_1u_2 + kv_2, \\ \dot{u}_3 = b_1 - (c_1 - u_1)u_3, \\ \dot{v}_1 = -v_2 - v_3, \\ \dot{v}_2 = v_1 + a_2v_2, \\ \dot{v}_3 = b_2 - (c_2 - v_1)v_3. \end{cases} \quad (2.9)$$

Коэффициент связи k изменялся от 0 до значения 0.5, при котором стабильно существовал аттрактор системы, находящейся под воздействием. В качестве компонентов наблюдаемых $u(t)$ и $v(t)$ выступали координаты $u_2(t)$ и $v_2(t)$ соответственно. На рисунке 1 представлены графики значений временного ряда и спектра мощности наблюдаемой переменной $x(t)$ (2.1) при наличии внешней низкочастотной помехи.

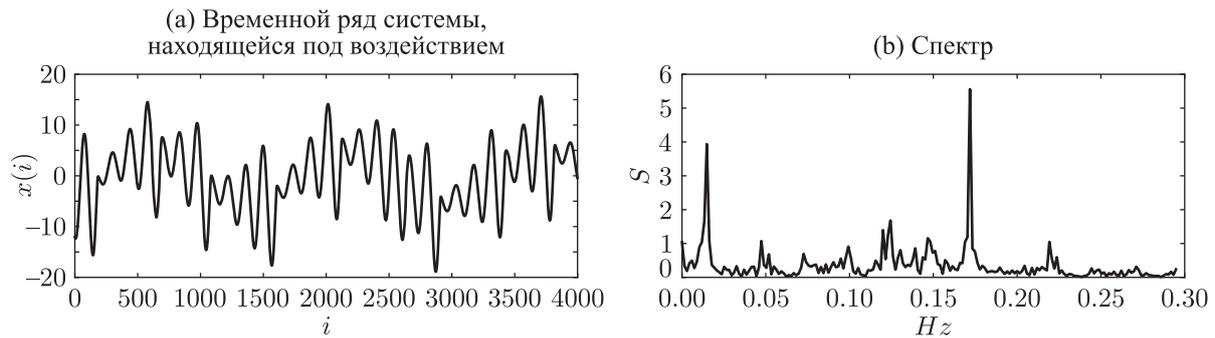


Рис. 1. Временной ряд наблюдаемой переменной $x(t)$, полученный на основе координаты $u_2(t)$ связанных однонаправленно связью уравнений осцилляторов Рёсслера при наличии внешней низкочастотной помехи (а), и его спектр мощности (б).

Во втором численном примере использовались уравнения генераторов с 1.5 степенями свободы

$$\begin{cases} \dot{u}_1 = (F_1(u_3) - u_1)/3 + kv_3, \\ \dot{u}_2 = u_1 - u_3, \\ \dot{u}_3 = u_2 - 0.21u_3, \\ \dot{v}_1 = (F_2(v_3) - v_1)/3, \\ \dot{v}_2 = v_1 - v_3, \\ \dot{v}_3 = v_2 - 0.22v_3, \end{cases} \quad (2.10)$$

где нелинейные функции имели вид

$$\begin{aligned} F_1(z) &= 26ze^{-z^2}, \\ F_2(z) &= 28ze^{-z^2}. \end{aligned}$$

Аналогично случаю со связанными уравнениями осциллятора Рёсслера, коэффициент связи k изменялся от 0 до значения 0.2. В качестве компонентов наблюдаемых переменных $u(t)$ и $v(t)$ выступали координаты $u_1(t)$ и $v_1(t)$ соответственно. На рисунке 2 представлены графики значений временного ряда и спектра мощности наблюдаемой $x(t)$ (2.1) при наличии внешней низкочастотной помехи.

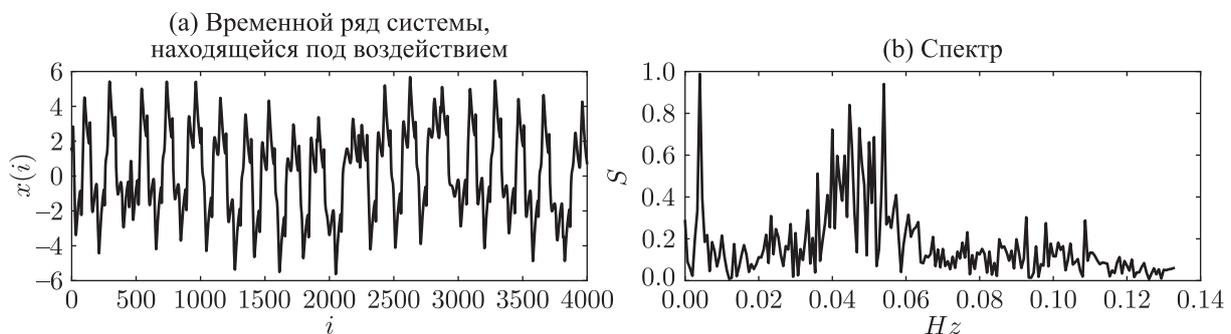


Рис. 2. Временной ряд наблюдаемой переменной $x(t)$, полученный на основе координаты $u_1(t)$ связанных однонаправленно связью уравнений автогенераторов с 1.5 степенями свободы при наличии внешней низкочастотной помехи (а), и его спектр мощности (б).

2.3. Тестирование на значимость

Чтобы исключить влияние случайных факторов на выводы о наличии однонаправленной связи, полученные результаты проходили проверку на значимость. Для этого было применено тестирование на суррогатные временные ряды, которые получались на основе тех же временных рядов, что и использовались в анализе, но при отсутствии связи ($k=0$). При этом общая низкочастотная помеха в суррогатных временных рядах сохранялась. Строго говоря, на практике такие суррогаты построить невозможно, так как не известны точные модельные уравнения процессов. Однако данные суррогаты наиболее строго проверяют нулевую гипотезу об отсутствии направленной связи. В реальном эксперименте можно использовать суррогаты с перестановкою реализаций [5], которые часто дают близкие результаты [16].

2.4. Оценка работоспособности метода причинности по Грейнджеру

В данном исследовании показатель улучшения прогноза (2.7) рассчитывался для каждой модели во всём диапазоне значений $\Theta \in [0; 0.15]$ по всем значениям коэффициента однонаправленной связи k : $k \in [0; 0.5]$ для систем (2.9) и $k \in [0; 0.2]$ для систем (2.10). Таким образом, для анализа результатов необходимо было выработать некоторые интегральные оценки, которые позволили бы анализировать полученные данные. Для этого воспользовались предложенными в работе [15] критериями оценки работоспособности метода причинности по Грейнджеру:

$$S_1 = \langle PI_{true}(k) - PI_{false}(k) \rangle, \quad (2.11)$$

$$S_2 = \frac{1}{Z_k} \sum \delta(k), \quad (2.12)$$

$$\delta(k) = \begin{cases} 1, (PI_{true} > PI_{sign}) \wedge (PI_{false} < PI_{sign}), \\ 0, (PI_{true} \leq PI_{sign}) \vee (PI_{false} \geq PI_{sign}), \end{cases}$$

где PI_{true} , PI_{false} — значения показателя улучшения прогноза, полученные при поиске связи в заведомо верном и ложном направлении соответственно, PI_{sign} — некоторый уровень значимости, k — предполагаемое значение коэффициента связи между системами.

Первый критерий позволяет оценить среднюю разницу между значениями PI_{true} и PI_{false} по всем значениям коэффициента связи k , второй — количество специфичных и одновременно значимых выводов о наличии связи, нормированное на общее количество выводов. Под специфичностью понимается способность избегать ложноположительных результатов.

В численном эксперименте оценивалась зависимость критериев от величины Θ (2.2).

2.5. Параметры модели

В работе [17] было показано, что при тестировании на связанность систем, обладающих ярко выраженными временными масштабами, методом причинности по Грейнджеру при использовании моделей с полиномиальной нелинейностью для получения значимых результатов о наличии направленной связи не требуется добиваться от модели качественно воспроизводить динамику исследуемого объекта. В работах [16, 18] были выработаны рекомендации по оптимальному подбору значений лага l и дальности прогноза τ модели (2.5). На основе этого в численном эксперименте в качестве прогностической модели

использовалось отображение последования с полиномиальной нелинейностью. Степень полинома $P = 3$, размерность индивидуальной модели $D_s = 2$, размерность добавки в совместной модели $D_a = 1$.

Параметры лаг l и дальность прогноза τ подбирались отдельно для каждой из двух рассмотренных пар объектов (2.9) и (2.10). Для этого мы использовали рекомендации работы [15], игнорируя помеху. Значения l и τ изменялись в диапазоне от времени выборки до значения характерного периода системы. В результате были выбраны по три набора параметров для каждой из систем, при которых метод демонстрировал наилучшую специфичность и различие значений, полученных при поиске связи в заведомо верном и ложном направлении (PI_{true} и PI_{false}).

Таким образом, при использовании временных рядов уравнений осцилляторов Рёсслера были выбраны следующие пары значений параметров: $\tau = 0.44T_R$, $l = 1$, $\tau = 1$, $l = 0.26T_R$ и $\tau = 1$, $l = 0.59T_R$. Для временных рядов уравнений связанных автогенераторов с 1.5 степенями свободы использовались параметры $\tau = 0.6T_A$, $l = 1$, $\tau = 1$, $l = 0.1T_A$ и $\tau = 1$, $l = 0.3T_A$. Величины T_R и T_A — характерные масштабы системы Рёсслера и автогенератора с 1.5 степенями свободы соответственно.

3. Численный эксперимент

Для исследования способности метода причинности по Грейнджеру выявлять однонаправленную связь в случае, когда тестируемые на связанность системы обладают общей внешней низкочастотной помехой, в численном эксперименте оценивались значения критериев (2.11, 2.12) в зависимости от величины Θ для различных наборов параметров модели l и τ во всём рассмотренном диапазоне значений коэффициента связи k . При этом частота внешней помехи $w(t)$ дополнительно варьировалась так, чтобы её отношение к основной частоте сигнала $u(t)$ составляло от 0.09 до 0.27. Дополнительно также оценивалась эффективность применения фильтрации.

На рисунке 3 представлены значения критериев (2.11, 2.12) в зависимости от величины Θ при использовании временных рядов связанных однонаправленной связью уравнений автогенераторов с 1.5 степенями свободы (2.10). Из графиков на рисунке 3а видно, что при использовании в качестве параметров модели $\tau = 1$ и $l = 0.3T_A$ с ростом коэффициента Θ происходит увеличение значения критерия (2.11), полученного по данным, к которым не применялась фильтрация (графики, отмеченные чёрным цветом, демонстрируют устойчивый рост), то есть в среднем для всех рассмотренных значений коэффициента связи k разница между PI_{true} и PI_{false} увеличивается, что позволяет говорить о наличии преимущественного направления связи. При поиске наличия связи по данным с фильтрацией низкочастотной помехи (на графика отмечены серым цветом) критерий (2.11) для всех рассмотренных параметров прогностической модели становится нечувствительным к изменению Θ . При этом в случае, представленном на рисунке 3а, значения критерия, полученного по фильтрованным данным, лежат ниже. Оценку специфичности результатов можно провести в соответствии с результатами, представленными на графиках рисунка 3б. Из графиков следует, что в целом фильтрация низкочастотной помехи улучшает специфичность. Об этом можно судить по тому, что графики критерия (2.12), полученные для фильтрованных данных, лежат ниже и убывают с ростом Θ . При этом следует отметить, что при поиске наличия связи по временным рядам, к которым не применялась фильтрация, наилучшая специфичность достигается в случае, когда отношение основной частоты сигнала, находящегося под

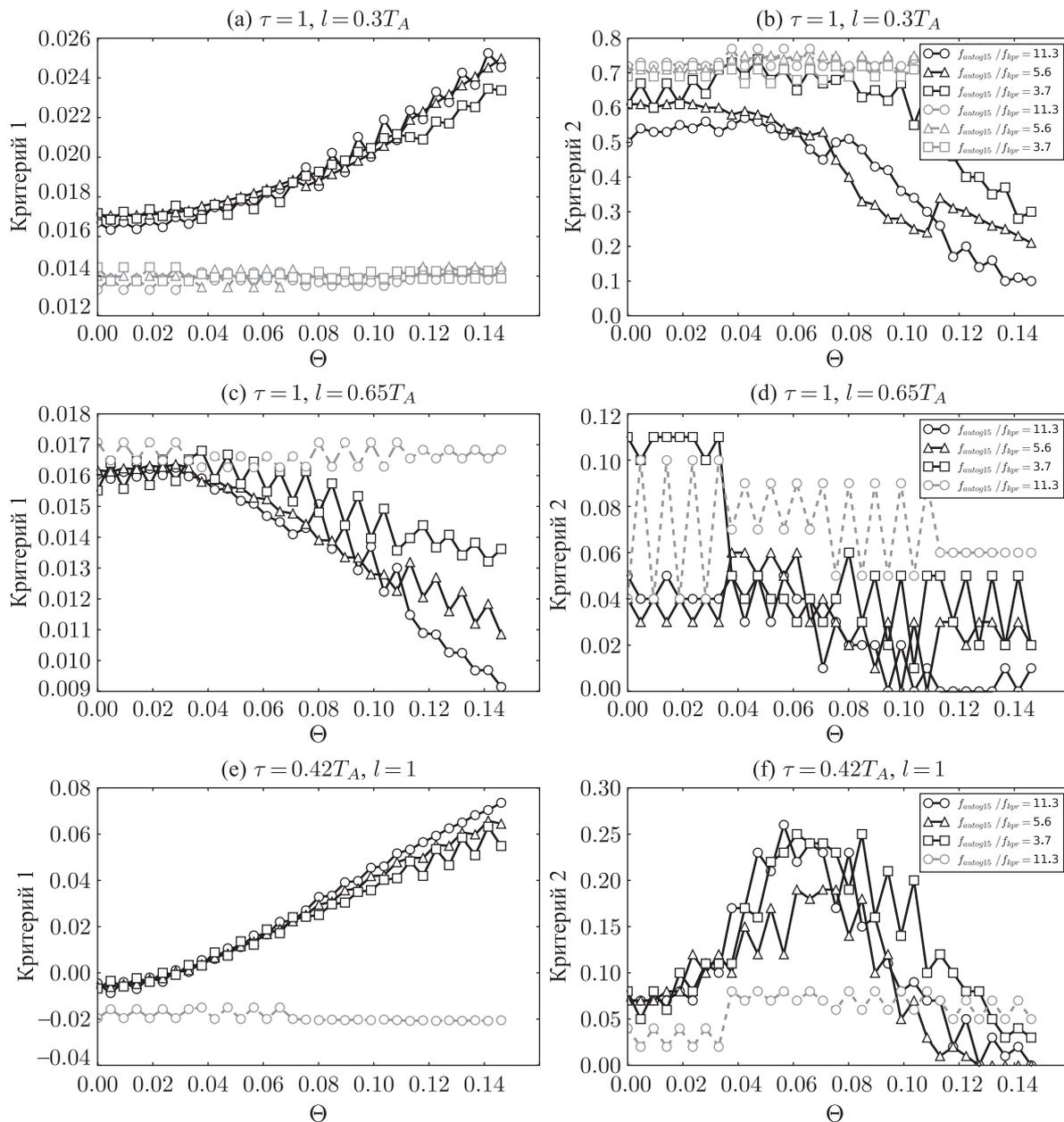


Рис. 3. Зависимости критериев (2.11) (а, b, c) и (2.12) (d, e, f) при различных параметрах l и τ прогностической модели от величины эффективной дисперсии внешней низкочастотной помехи, при различных соотношениях характерных частот помехи и сигнала, находящегося под воздействием, полученные для связанных однонаправленной связью автогенераторов с 1.5 степенями свободы. Кружками отмечены результаты, полученные в случае, когда характерная частота помехи в 11.3 раза меньше характерной частоты сигнала, треугольниками — в 5.6 раз, квадратами — в 3.7 раза. Непрерывной линией показаны результаты без фильтрации, пунктиром — с фильтрацией.

воздействием, к частоте внешней низкочастотной помехи равно 3.7 (график, отмеченный чёрным цветом с квадратами). Значения критерия (2.12), полученные по фильтрованным временным рядам, для всех рассмотренных параметров модели колеблются в одном и том же диапазоне и не растут при увеличении Θ .



На рисунках 3с, d представлены критерии работоспособности метода при использовании в качестве параметров прогностической модели $\tau = 1$ и $l = 0.65T_A$. Из графиков зависимостей критерия (2.11) (рис. 3с) видно, что имеется диапазон значений $0 < \Theta < 0.03$, при которых фильтрация помехи существенно не улучшает различия между PI_{true} и PI_{false} . Однако в дальнейшем, при $\Theta > 0.03$, графики, полученные без фильтрации помехи, убывают. Анализ зависимости значений (2.12) (рис. 3d) позволяет сказать о том, что фильтрация в целом улучшает специфичность результатов, полученных с помощью метода причинности по Грейнджеру.

При использовании в качестве параметров прогностической модели $\tau = 0.42T_A$ и $l = 1$ графики зависимостей критерия (2.11), представленные на рисунке 3е, демонстрируют динамику, схожую с представленной на графиках на рисунке 3а. Однако, в соответствии со значениями критерия (2.12), показанными на рисунке 3f, наилучшая специфичность достигается при поиске наличия однонаправленной связи по сигналам, к которым не применялась фильтрация при $\Theta < 0.10$.

На рисунке 4 представлены значения критериев (2.11), (2.12) в зависимости от величины Θ при использовании временных рядов связанных однонаправленной связью уравнений осцилляторов Рёсслера (2.9). При использовании в качестве параметров прогностической модели $\tau = 1$ и $l = 0.26T_R$ графики критерия (2.11) (рис. 4а) демонстрируют схожую динамику со случаем использования связанных автогенераторов с 1.5 степенями свободы (рис. 3а, е). При значениях $\Theta < 0.01$ значения критерия (2.12), полученные по фильтрованным и нефитрованным данным (рис. 4б), принимают схожие значения. Затем специфичность результатов, полученных при анализе связи между временными рядами, к которым не применялась фильтрация, растёт с увеличением Θ до 0.03. После чего наблюдается уменьшение специфичности. Однако в случае когда частота помехи в 3.7 раз ниже основной частоты сигнала, находящегося под воздействием, метод причинности по Грейнджеру демонстрирует лучшую специфичность для всех $\Theta > 0.03$ при анализе наличия однонаправленной связи по данным, к которым не применялась фильтрация.

При использовании в качестве параметров прогностической модели $\tau = 1$ и $l = 0.59T_R$ и $\tau = 0.44T_R$ и $l = 1$ наблюдаются схожие результаты. При $\Theta < 0.02$ графики зависимостей критерия (2.11), полученные по нефитрованным данным, убывают и лежат выше, чем при использовании фильтрации (рис. 4с, е), после чего убывают до 0. Затем наблюдается рост значений критерия, который для случая $\tau = 0.44T_R$ и $l = 1$ выражен сильнее. Таким образом, существует некоторый интервал значений Θ , где средняя разница между PI_{true} и PI_{false} при анализе наличия однонаправленной связи оказывается больше для временных рядов, к которым применялась фильтрация. Графики зависимостей критерия (2.11) представлены на рисунках 4d, f, где видно, что при малых значениях $\Theta \sim 0.02$ фильтрация существенно не улучшает специфичность результатов. Однако в дальнейшем выводы о наличии направленной связи, полученные на основе анализа нефитрованных данных, демонстрируют худшую специфичность.

4. Заключение и обсуждение

В большинстве работ, где исследуется влияние помех и шумов на результативность метода причинности по Грейнджеру, рассматривается динамический или измерительный высокочастотный шум [22–25]. Кроме значимости и распространённости такого шума в практических приложениях, это обусловлено инерцией исследований и тем, что используемые во многих случаях линейные авторегрессионные модели принципиально должны содержать

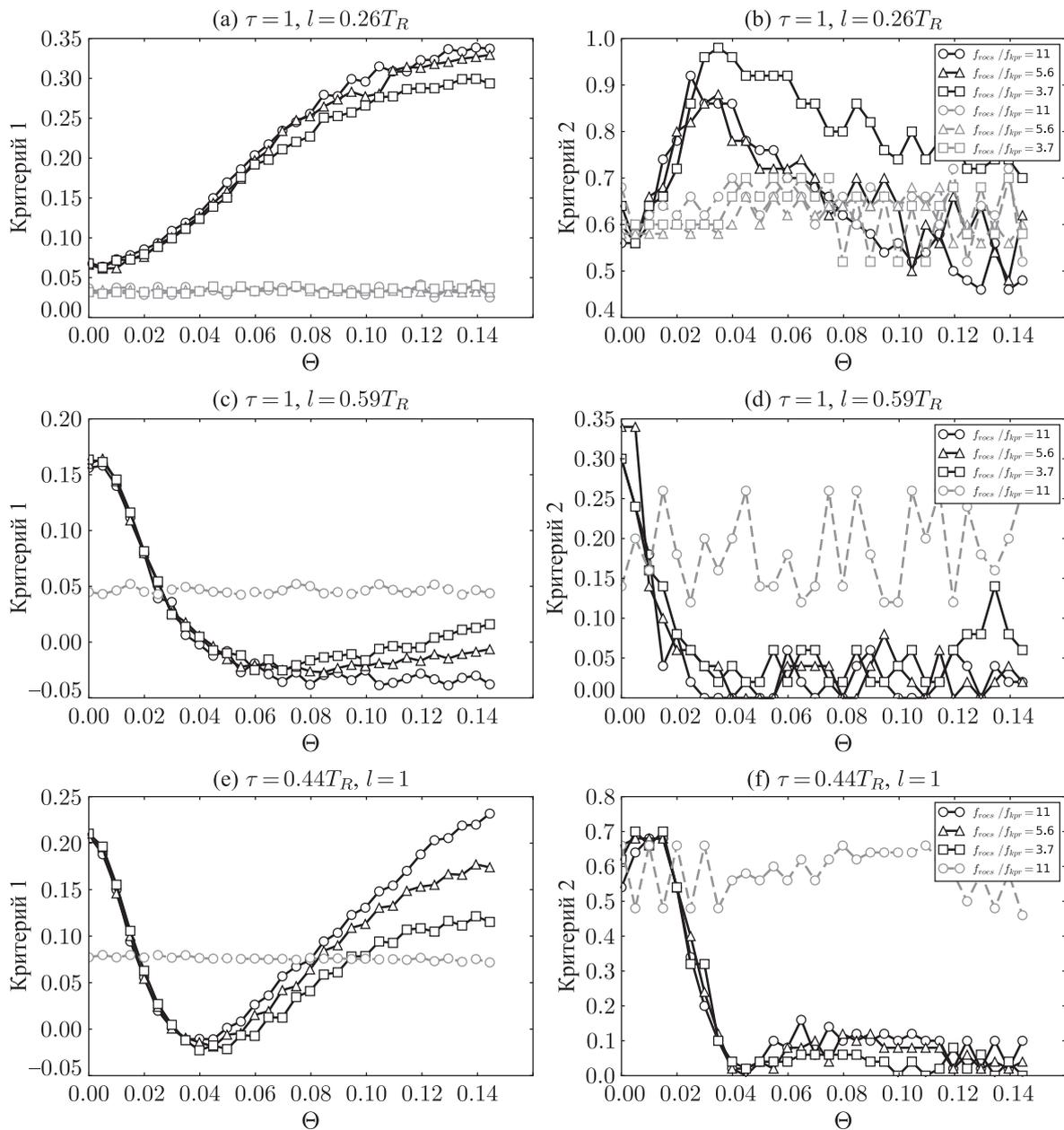


Рис. 4. Зависимости критериев (2.11) (а, б, с) и (2.12) (д, е, ф) при различных параметрах l и τ прогностической модели от величины эффективной дисперсии внешней низкочастотной помехи, при различных соотношениях характерных частот помехи и сигнала, находящегося под воздействием, полученные для связанных однонаправленной связью систем Рёсслера. Кружками отмечены результаты, полученные в случае, когда характерная частота помехи в 11 раз меньше характерной частоты сигнала, треугольниками — в 5.6 раз, квадратами — в 3.7 раза. Непрерывной линией показаны результаты без фильтрации, пунктиром — с фильтрацией.

динамический шум, чтобы демонстрировать сложное поведение и, таким образом, воспроизводить наблюдаемый режим. Переход к нелинейным моделям вместе с отказом от воспроизведения типа поведения наблюдаемой системы ведут к тому, что влияние высокочастотного динамического шума на результаты оценки связности уже не столь существенно,

а высокочастотный измерительный шум может быть в большинстве случаев эффективно отфильтрован.

В то же время влияние общих низкочастотных помех было мало изучено ранее. В случае, когда помеха представляет собою общее внешнее воздействие, можно попробовать использовать специализированные модели с явным учётом внешнего регулярного воздействия [26]. Если помеха измерительная, её можно попытаться отфильтровать, но проблема может быть вызвана тем, что спектр помехи и спектр объектов частично пересекаются, так что фильтрация дополнительно исказит также и полезный сигнал. Низкочастотная помеха может иметь ещё одно неприятное для анализа связанности свойство, которого высокочастотный шум обычно лишён, — помеха часто оказывается когерентной. Это может вести к ошибкам в определении факта наличия и направления связи, так как оба изучаемых сигнала, как выясняется, имеют общую компоненту. Поэтому важно понять, при каких уровнях помехи по отношению к сигналу и частотах помехи по отношению к основной частоте сигнала её фильтрация необходима, а при каких уровнях лучше не искажать исходные данные, игнорируя существование помехи.

В данной работе на эталонных системах нелинейной динамики мы постарались предложить некоторые рекомендации для случая однонаправленной связи при использовании полиномиальных моделей и сигналов с одним выраженным временным масштабом. Полученные на основе данных численного эксперимента результаты изложены далее.

- При относительно малых значениях эффективной дисперсии низкочастотной помехи ($\Theta < 0.03$) наилучшие результаты получаются при использовании l большего характерного периода системы, зафиксировав при этом как можно более малую дальность прогноза $\tau = 1$, или же, фиксируя значение $l = 1$, имеет смысл выбирать $\tau \sim 0.4T$, где T — характерный период системы. При этом фильтрация ухудшает в целом специфичность результатов и делает различия между значениями PI_{true} и PI_{false} менее ярко выраженными.
- При больших значениях относительной дисперсии помехи ($\Theta > 0.04$) фильтрация существенно увеличивает количество правильных результатов о наличии однонаправленной связи и должна быть применена.

Для практического применения представленных рекомендаций оценка эффективной дисперсии помехи может быть проведена по спектру сигналов в предположении о том, что её частота известна (или может быть определена, поскольку присутствует в спектре обоих сигналов: как ведущей, так и ведомой систем). Для этого необходимы определённые априорные сведения о природе изучаемых систем, так как нужно быть уверенным, что принятая за помеху когерентная компонента не порождается самими связанными объектами.

В данном исследовании мы основывались на предложенных в [15] интегральных критериях эффективности метода причинности по Грейнджеру для однонаправленно связанных систем. На основании таких критериев были сформулированы рекомендации по фильтрации общей низкочастотной помехи и выбору параметров метода: лага l , используемого для реконструкции пространства состояний методов временных задержек, и дальности прогноза τ . Хотя следование этим рекомендациям позволяет улучшить чувствительность и специфичность метода, повысив шансы на верное детектирование связи, на практике они не позволяют судить об уровне значимости полученных оценок связанности, поскольку значения коэффициента улучшения прогноза (2.7) сложно сопоставить величине коэффициента связи между объектами и понять, удалось ли попасть в промежуток коэффициентов связи, в котором метод оказывается чувствителен и специфичен одновременно.

Список литературы

- [1] Granger C. W. J. Investigating causal relations by econometric models and cross-spectral methods // *Econometrica*, 1969, vol. 37, no. 3, pp. 424–438.
- [2] Schreiber T. Measuring information transfer // *Phys. Rev. Lett.*, 2000, vol. 85, no. 2, pp. 461–464.
- [3] Vaccalá L. A., Sameshima K. Partial directed coherence: A new concept in neural structure determination // *Biol. Cybern.*, 2001, vol. 84, no. 6, pp. 463–474.
- [4] Смирнов Д. А., Сидак Е. В., Безручко Б. П. Метод обнаружения связи между осцилляторами с аналитической оценкой статистической значимости // *Письма в ЖТФ*, 2013, т. 39, № 13, с. 40–48.
- [5] Theiler J., Eubank S., Longtin A., Galdrikian B., Farmer J. D. Testing for nonlinearity in time series: The method of surrogate data // *Phys. D*, 1992, vol. 58, nos. 1–4, pp. 77–94.
- [6] Сысоев И. В., Караваев А. С., Наконечный П. И. Роль нелинейности модели в диагностике связей при патологическом треморе методом грейнджеровской причинности // *Изв. вузов. ПНД*, 2010, т. 18, № 4, с. 81–88.
- [7] Chen Y., Rangarajan G., Feng J., Ding M. Analyzing multiple nonlinear time series with extended Granger causality // *Phys. Lett. A*, 2004, vol. 324, no. 1, pp. 26–35.
- [8] Безручко Б. П., Пономаренко В. И., Прохоров М. Д., Смирнов Д. А., Тасс П. А. Моделирование и диагностика взаимодействия нелинейных колебательных систем по хаотическим временным рядам (приложения в нейрофизиологии) // *УФН*, 2008, т. 178, № 3, с. 323–329.
- [9] Marinazzo D., Pellicoro M., Stramaglia S. Nonlinear parametric model for Granger causality of time series // *Phys. Rev. E*, 2006, vol. 73, no. 6, 066216, 6 pp.
- [10] Marinazzo D., Pellicoro M., Stramaglia S. Kernel method for nonlinear Granger causality // *Phys. Rev. Lett.*, 2008, vol. 100, no. 14, 144103, 4 pp.
- [11] Hesse W., Möller E., Arnold M., Schack B. The use of time-variant EEG Granger causality for inspecting directed interdependencies of neural assemblies // *J. Neurosci. Methods*, 2003, vol. 124, no. 1, pp. 27–44.
- [12] Sysoeva M., Sitnikova E., Sysoev I., Bezruchko B., van Luijtelaar G. Application of adaptive nonlinear Granger causality: Disclosing network changes before and after absence seizure onset in a genetic rat model // *J. Neurosci. Methods*, 2014, vol. 226, pp. 33–41.
- [13] Chen Y., Bressler S. L., Ding M. Frequency decomposition of conditional Granger causality and application to multivariate neural field potential data // *J. Neurosci. Methods*, 2006, vol. 150, no. 2, pp. 228–237.
- [14] Kornilov M. V., Medvedeva T. M., Bezruchko B. P., Sysoev I. V. Choosing the optimal model parameters for Granger causality in application to time series with main timescale // *Chaos Solitons Fractals*, 2016, vol. 82, pp. 11–21.
- [15] Корнилов М. В., Сысоев И. В., Безручко Б. П. Оптимальный подбор параметров прогностических моделей в методе нелинейной причинности по Грейнджеру в приложении к сигналам, характеризующим хорошо выраженными временными масштабами // *Нелинейная динамика*, 2014, т. 10, № 3, с. 279–295.
- [16] Корнилов М. В., Сысоев И. В. Исследование эффективности метода нелинейной причинности по Грейнджеру в случае сильной синхронизации систем // *Изв. вузов. ПНД*, 2014, т. 22, № 4, с. 66–75.
- [17] Корнилов М. В., Сысоев И. В. Влияние выбора структуры модели на работоспособность метода нелинейной причинности по Грейнджеру // *Изв. вузов. ПНД*, 2013, т. 21, № 2, с. 74–88.
- [18] Сысоева М. В., Диканев Т. В., Сысоев И. В. Выбор временных масштабов при построении эмпирической модели // *Изв. вузов. ПНД*, 2012, т. 20, № 2, с. 54–62.
- [19] Яхно Ю. В., Мольков Я. И., Мухин Д. Н., Лоскутов Е. М., Фейгин А. М. Реконструкция оператора эволюции как способ анализа электрической активности мозга при эпилепсии // *Изв. вузов. ПНД*, 2011, т. 19, № 6, с. 156–172.
- [20] Packard N. H., Crutchfield J. P., Farmer J. D., Shaw R. S. Geometry from a time series // *Phys. Rev. Lett.*, 1980, vol. 45, no. 9, pp. 712–716.

- [21] Kougiumtzis D. State space reconstruction parameters in the analysis of chaotic time series: The role of the time window length // *Phys. D*, 1996, vol. 95, no. 1, pp. 13–28.
- [22] Winterhalder M., Schelter B., Hesse W., Schwab K., Leistriz L., Klan D., Bauer R., Timmer J., Witte H. Comparison of linear signal processing techniques to infer directed interactions in multivariate neural systems // *Signal Process.*, 2005, vol. 85, no. 11, pp. 2137–2160.
- [23] Nalatore H., Ding M., Rangarajan G. Mitigating the effects of measurement noise on Granger causality // *Phys. Rev. E*, 2007, vol. 75, no. 3, 031123, 10 pp.
- [24] Nalatore H., Sasikumar N., Rangarajan G. Effect of measurement noise on Granger causality // *Phys. Rev. E*, 2014, vol. 90, no. 6, 062127, 9 pp.
- [25] Медведева Т. М., Парамонов Ф. Б., Сысоев И. В. Эффект увеличения чувствительности метода причинности по Грейнджеру с ростом измерительного шума // *Нелинейная динамика*, 2015, т. 11, № 4, с. 657–670.
- [26] Безручко Б. П., Смирнов Д. А., Сысоев И. В., Селезнев Е. П. Реконструкция моделей неавтономных систем с дискретным спектром воздействия // *Письма в ЖТФ*, 2003, т. 29, № 19, с. 69–76.

Estimating the efficiency of the Granger causality method for detecting unidirectional coupling in the presence of common low frequency interference

Maxim V. Kornilov¹, Ilya V. Sysoev²

^{1,2}Saratov State University

ul. Astrakhanskaya 83, Saratov, 410026, Russia

^{1,2}Saratov Branch of Kotelnikov's Institute of Radio-Engineering and Electronics of RAS

ul. Zelenaya 38, Saratov, 410019, Russia

¹kornilovmv@gmail.com, ²ivssci@gmail.com

External low-frequency interference (including interference with a pronounced main frequency) is a common problem in measurements of complex signals, which can affect results of coupling estimation. Since it is impossible to completely remove the interference without affecting the signal itself, the question arises: what distorts the results of coupling estimation to a lesser extent: filtering the interference or ignoring it?

The Granger causality (GC) method is one of the most popular approaches to the detection of directional coupling from observed signals. GC uses predictive empirical models, mostly, linear and nonlinear autoregressive models (recurrence maps). Since the method is highly parametric, its success depends primarily on the parameters of the models and on the properties of the signals. Therefore, the method has to be adapted to the data. In physiology and climatology, most signals have a pronounced time scale, so one of the most important problems is that of adapting the Granger causality method to signals with a selected time scale.

The purpose of this paper is to formulate recommendations for using the Granger causality method for signals with a pronounced temporal scale in the presence of common low-frequency interference. In this paper, we restrict our attention to the case of testing for unilateral coupling and use the recommendations and criteria, developed earlier, for the effectiveness of the method. The sensitivity and specificity of the method are estimated based on surrogate time series. The testing is performed using reference systems of nonlinear dynamics and radiophysics.

It is shown that the loss of sensitivity and specificity of the method decrease nonlinearly with increasing amplitude of the total interference. This dependence varies for different parameters of the method. If the power of interference is several per cent of the signal power, the best results can be achieved by an appropriate choice of parameters of the method rather than by filtering the interference. At a higher noise power, filtering is preferable.

MSC 2010: 37M10

Keywords: time series, coupling analysis, Granger causality, low frequency interference

Received May 23, 2017, accepted August 14, 2017

Citation: *Rus. J. Nonlin. Dyn.*, 2017, vol. 13, no. 3, pp. 349–362 (Russian)

