

*МАТЕРИАЛЫ XV ВСЕРОССИЙСКОГО СЕМИНАРА
“Физика и применение микроволн”
(Москва, июнь 2015 г.)*

Председатель оргкомитета XV Всероссийского семинара
“Физика и применение микроволн”
д-р физ.-мат. наук **А.В. Козарь**

Материалы XV Всероссийского семинара
“Физика и применение микроволн”
под общей редакцией канд. физ.-мат. наук **А.Н. Калиша**

ПРОВЕРЕНО КОРРЕКТОРОМ.
Материал отправлен на согласование

УДК 534.015

СРАВНЕНИЕ МЕТОДОВ ОЦЕНКИ ПАРАМЕТРОВ СИСТЕМЫ БАРОРЕФЛЕКТОРНОГО КОНТРОЛЯ СРЕДНЕГО АРТЕРИАЛЬНОГО ДАВЛЕНИЯ

© 2016 г. Ю. М. Ишбулатов^{1,2}, А. С. Караваев^{1,2}, В. И. Пономаренко^{1,2},
М. Д. Прохоров², Б. П. Безручко^{1,2}

E-mail: ishbulatov95@mail.ru

Предложенная в работе оригинальная методика реконструкции параметров генератора с запаздыванием, функционирующего в периодических режимах, сопоставляется с другими известными подходами на примере анализа временных реализаций модели системы биологической природы в присутствии динамических и измерительных шумов. Показаны ее преимущества при анализе данных, подверженных воздействию измерительных шумов.

DOI: 10.7868/S0367676516020113

ВВЕДЕНИЕ

Автогенераторы с запаздывающими обратными связями широко распространены среди радиофизических и оптических систем [1, 2]. Моделями в виде дифференциальных уравнений с запаздывающим аргументом описываются многие натурные объекты. Особую роль системы с запаздыванием играют, например, при моделировании многих объектов биологической природы [3, 4].

Знание о структуре изучаемого объекта, формализованное в виде математической модели, открывает перед исследователем целый ряд возможностей, позволяя прогнозировать поведение системы во времени и при изменении управляющих параметров [5]. Также наличие информации о структуре модельного уравнения позволяет решать задачу реконструкции параметров исследуемой системы по ее временным реализациям, что зачастую помогает избежать прямых инвазивных измерений, часто невозможных или связанных с финансовыми или этическими проблемами, поэтому разработка таких подходов имеет особое значение для получения фундаментальных знаний о живых объектах и для решения прикладных задач медицинской диагностики.

Однако задача восстановления параметров по их реализациям осложнена тем, что универсального метода реконструкции, позволяющего проводить динамическую реконструкцию любых систем по их реализациям, не существует. Как правило, на успешное решение этой задачи можно рассчитывать в случае использования методов, ориентированных на узкие классы систем и учитывающих особенности структуры конкретных объектов, формализованных в их математических моделях.

Задача реконструкции практически важных систем биологического происхождения часто сопряжена с дополнительными трудностями, обусловленными периодической динамикой многих таких систем. В этом случае реконструкция параметров осложнена простотой их колебательных режимов, несущих малое количество информации об исследуемой системе. В таких ситуациях методы реконструкции, хорошо зарекомендовавшие себя при анализе хаотических систем [6], оказываются неприменимыми или имеют узкие границы применимости. Также в рамках натуральных экспериментов исследователи неизбежно имеют дело с реализациями, искаженными шумами различной природы.

Данная работа посвящена изучению границ применимости известных ранее и предложенного нами оригинального метода реконструкции параметров систем с запаздыванием периодических временных рядов в присутствии шумов. В качестве объекта исследования выбрана система барорефлекторной регуляции среднего артериального давления, имеющая значение в физиологии и медицине [3].

¹ Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего профессионального образования “Саратовский государственный университет имени Н.Г. Чернышевского”.

² Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего профессионального образования “Саратовский филиал Института радиотехники и электроники имени В.А. Котельникова РАН”.

МЕТОДЫ РЕКОНСТРУЦИИ

В работе рассматривались методы, ориентированные на восстановление параметров ГЗОС, описываемых модельным уравнением:

$$\varepsilon_0 \dot{x}(t) = -x(t) + f(x(t - \tau_0)), \quad (1)$$

где τ_0 — время запаздывания, ε_0 — инерционность, f — нелинейная функция.

Важнейший этап реконструкции систем с запаздыванием — восстановление времени задержки τ_0 . Как правило, небольшие ошибки при оценке τ_0 приводят к резкому росту погрешности при последующей оценке остальных параметров системы [7], поэтому в данной работе мы использовали точность оценки времени запаздывания в качестве критерия работоспособности сопоставляемых подходов, считая допустимой ошибку в одну единицу дискретного времени. Если τ_0 восстановлено точно, то прочие параметры могут быть реконструированы с помощью метода, предложенного в данной работе.

В рамках исследования сопоставлялись следующие пять методов: оригинальная методика, основанная на использовании дополнительной системы с синхронным откликом [8], оценка автокорреляционной функции (АКФ), построение статистики распределения экстремумов — $N(\tau)$ [6], подсчет информационной энтропии — $I(\tau)$ [9], расчет филл-фактора траектории системы в трехмерном пространстве — $V(\tau)$ [10], оценка меры гладкости проекции траектории системы в двумерное пространство — $L(\tau, \varepsilon)$ [11].

Предложенный нами метод восстановления времени задержки основан на использовании дополнительной системы с синхронным откликом. Временной ряд $x(t)$ исследуемой системы подается на вход вспомогательной системы, имеющей структуру аналогичную исследуемой, но с петлей обратной связи, разорванной вычитателем. На выходе вычитателя присутствует разность сигналов $z(t) = x(t) - v(t)$, где $v(t)$ — сигнал на выходе инерционного элемента вспомогательной системы. Если параметры вспомогательной системы идентичны параметрам исследуемой, то дисперсия D разностного сигнала $z(t)$ будет определяться только шумами и будет равна 0 в отсутствие шума. Если параметры различаются, то дисперсия $z(t)$ будет велика. Подобный подход использовался, например, при построении хаотической системы скрытой передачи информации, предложенной в работе [12].

Для решения задачи реконструкции нелинейная функция f параметризуется с набором параметров \vec{a} . Параметры \vec{a} , τ и ε находятся путем минимизации целевой функции — дисперсии $D(\tau; \varepsilon; \vec{a})$ сигнала на выходе вычитателя вспомогательной системы.

ИССЛЕДУЕМАЯ СИСТЕМА

В качестве объекта исследования нами была выбрана система барорефлекторной регуляции среднего артериального давления, предложенная в работе [3]. Модельное уравнение этой системы, построенное по результатам физиологических экспериментов, имеет вид (1) с нелинейной функцией f вида

$$f(x) = k \left(\frac{r^*}{1 + \alpha e^{-\beta x}} - \frac{r^*}{1 + \alpha e^{\beta x}} \right). \quad (2)$$

Предложенные в работе [3] параметры $\alpha = 1$, $\beta = 2$, $r^* = 1$, $k = -1.65$ были выбраны авторами в ходе аппроксимации зависимости, полученной в ходе экспериментальных исследований *in vitro*. При таком наборе параметров нелинейная функция имеет сигмоидальный вид. При $\tau = 3.6$ с и $\varepsilon = 2$ с (значения, типичные для здоровых людей [3]) система демонстрирует периодические колебания с периодом около 10 секунд, что соответствует физиологическим наблюдениям. Для получения временной реализации уравнение (3) численно интегрировалось методом Эйлера с шагом интегрирования 0.1 с. Реализации и спектры мощности модельной системы представлены на рис. 1.

Изучение реальных систем всегда осложнено наличием динамических и измерительных шумов, поэтому в ходе численного моделирования мы исследовали работоспособность рассматриваемых методов реконструкции в присутствии измерительного и динамического шумов различной интенсивности. Статистический анализ результатов включал обработку 100 реализаций при каждом фиксированном значении интенсивности шумов. Интенсивность добавленного шума в данной работе представляется как отношение среднеквадратичных отклонений случайного процесса и автономной системы, выраженное в процентах.

Важно отметить, что в отличие от измерительных шумов широкополосное шумовое воздействие на динамику системы в некоторых случаях может облегчить реконструкцию параметров, сталкивая траекторию с аттрактора. Такие режимы несут больше информации о системе, чем периодические. Случайный процесс $y(t)$ воздействовал на динамику системы следующим образом:

$$\varepsilon_0 \dot{x}(t) = -x(t) + f(x(t - \tau_0)) + y(t), \quad (3)$$

Случайный процесс $y(t)$ представлял собой последовательность биполярных прямоугольных импульсов длительностью 2 с, причем мгновенный период менялся случайным образом в интервале от 3 с до 5 с. Такие параметры воздействующего сигнала соответствуют физиологическим тестам с вынужденным дыханием или механической стимуляцией групп каротидных барорецепторов [13]. В ходе проведенных исследований использовались и другие типы воздействия: гармонический сиг-

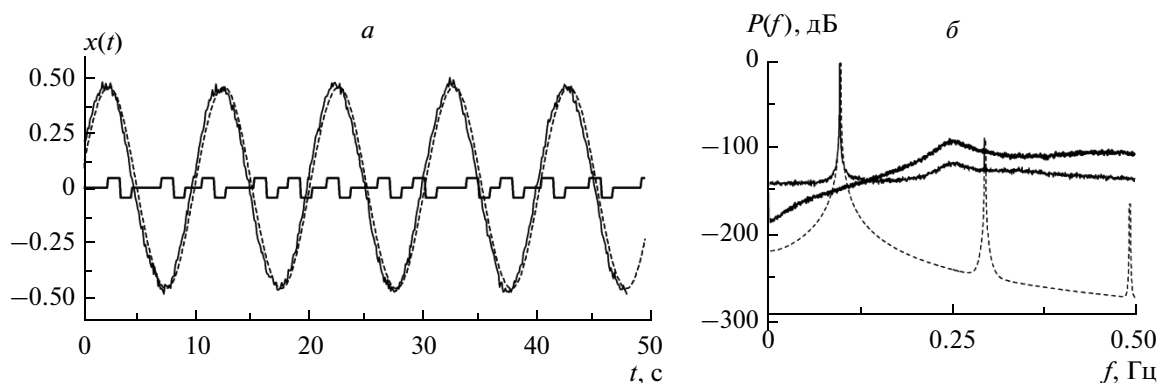


Рис. 1. *a* – Временные реализации, *б* – спектры мощности. Пунктир – исследуемая система (1) в отсутствие шумов; тонкие линии – 10%-ный динамический и 4%-ный измерительный шум; жирные линии – реализация 10%-ного динамического шума.

нал, периодическая последовательность импульсов, белый шум. Однако использование именно случайной последовательности биполярных прямоугольных импульсов с невысокой скважностью оказалось наиболее эффективным для восстановления времени запаздывания системы (3).

РЕЗУЛЬТАТЫ ЧИСЛЕННОГО МОДЕЛИРОВАНИЯ

Работоспособность методов сопоставлялась в ходе применения для реконструкции параметров автономной системы барорегуляции – системы, находящейся под воздействием случайной последовательностью импульсов, а также в присутствии измерительных шумов. Для анализа использовались реализации длиной 36000 значений (360 характерных периодов), что соответствует записи длиной в 1 час и фактически является пределом возможностей при постановке эксперимента *in vivo*.

Результаты реконструкции τ_0 , полученные для системы в отсутствие шумов, и под воздействием 10 и 50% динамических шумов, представлены на рис. 2. Методы, основанные на построении АКФ, расчете статистики распределения экстремумов $N(\tau)$ и на оценке информационной энтропии $I(\tau)$, оказываются неработоспособными, демонстрируя экстремумы графиков на времени, близком к половине характерного периода. Методика, основанная на расчете филл-фактора $V(\tau)$, позволяет верно восстановить время запаздывания с вероятностью 0.99 при наличии динамического шума интенсивностью 5–50%. Результаты численного моделирования показали, что метод груб к выбранному размеру свободного параметра – размеру грани куба δ при $\delta < 0.007$. При расчетах использовалось фиксированное значение $\delta = 0.0035$.

Метод, основанный на оценке меры гладкости $L(\tau, \epsilon)$, позволяет точно восстановить время задержки только в отсутствие шумов, хотя в этом случае достаточно реализаций длиной в 10 характерных периодов. Предложенный нами подход, основанный на использовании вспомогательной системы, позволяет верно восстанавливать время запаздывания при наличии динамического шума 0–10% с вероятностью 0.99. Метод построения статистики распределения экстремумов начинает демонстрировать локальный минимум на верном времени запаздывания при уровне динамических шумов от 75%, однако при дальнейшем увеличении уровня внешнего воздействия минимум не становится абсолютным даже при увеличении длины реализации до 10000 характерных периодов.

Как правило, при анализе экспериментальных данных временные реализации содержат измерительные шумов. На рис. 3 представлены результаты восстановления времени запаздывания в присутствии как динамического, так и измерительного шума. Оказывается, что при наличии даже 1% измерительного шума методы, основанные на расчете $V(\tau)$ и $L(\tau, \epsilon)$ позволяют верно определять время запаздывания с вероятностью не выше 0.5 при любых уровнях динамического шума. Метод, основанный на использовании вспомогательной системы с синхронным откликом, показал лучшую среди всех сопоставляемых подходов устойчивость к измерительным шумам, позволяя с вероятностью 0.99 верно определять τ_0 при наличии одновременно динамического шума до 10% и измерительного до 4%.

Для восстановления инерционности ϵ и нелинейной функции f использовался предложенный нами метод, а также подход, основанный на оценке гладкости проекции $L(\tau, \epsilon)$. При реализации

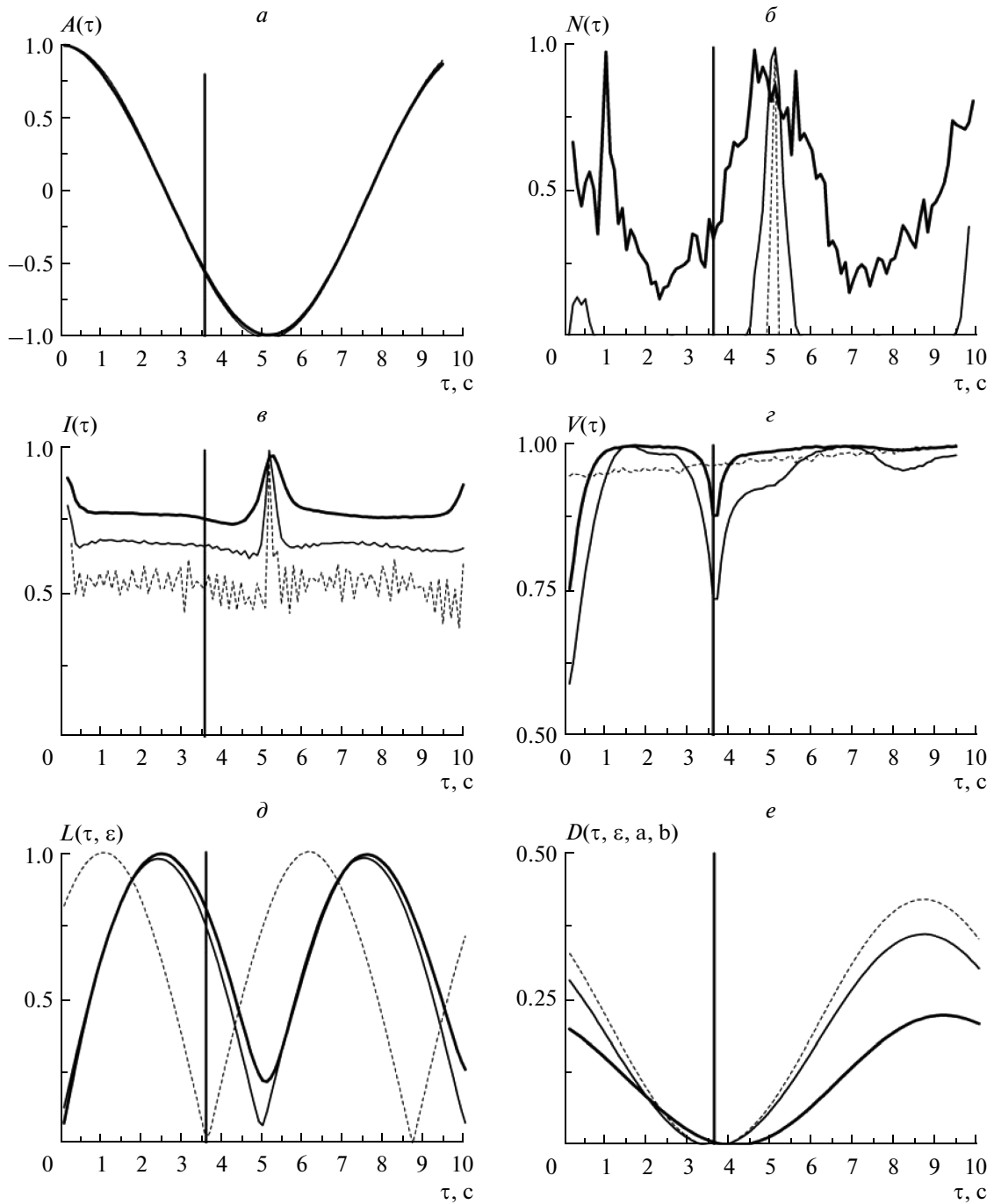


Рис. 2. Восстановление τ_0 с помощью: *a* – АКФ; *б* – $N(\tau)$; *в* – $I(\tau)$; *г* – $V(\tau)$; *д* – $L(\tau, \varepsilon)$; *е* – вспомогательной системы. Пунктир – без шума. В присутствии динамического шума 10%-ного – тонкие линии, 50%-ного – жирные линии. Вертикальная линия – $\tau_0 = 3.6$ с.

метода, основанного на использовании вспомогательной системы, нелинейная функция параметризовалась в виде

$$f(t) = a_0 \operatorname{th}(b_0 t), \quad (4)$$

где a_0 и b_0 – параметры. Такая аппроксимация позволяет точно описать функцию сигмоидаль-

ной формы (2), используя всего два свободных параметра.

При определении параметров τ и ε шаг составлял 0.1. В отсутствие шумов восстановление параметров системы (1) оказывается возможным с использованием обоих методов (рис. 4*а*, 4*б*, пунктирная линия). Результат аппроксимации методом

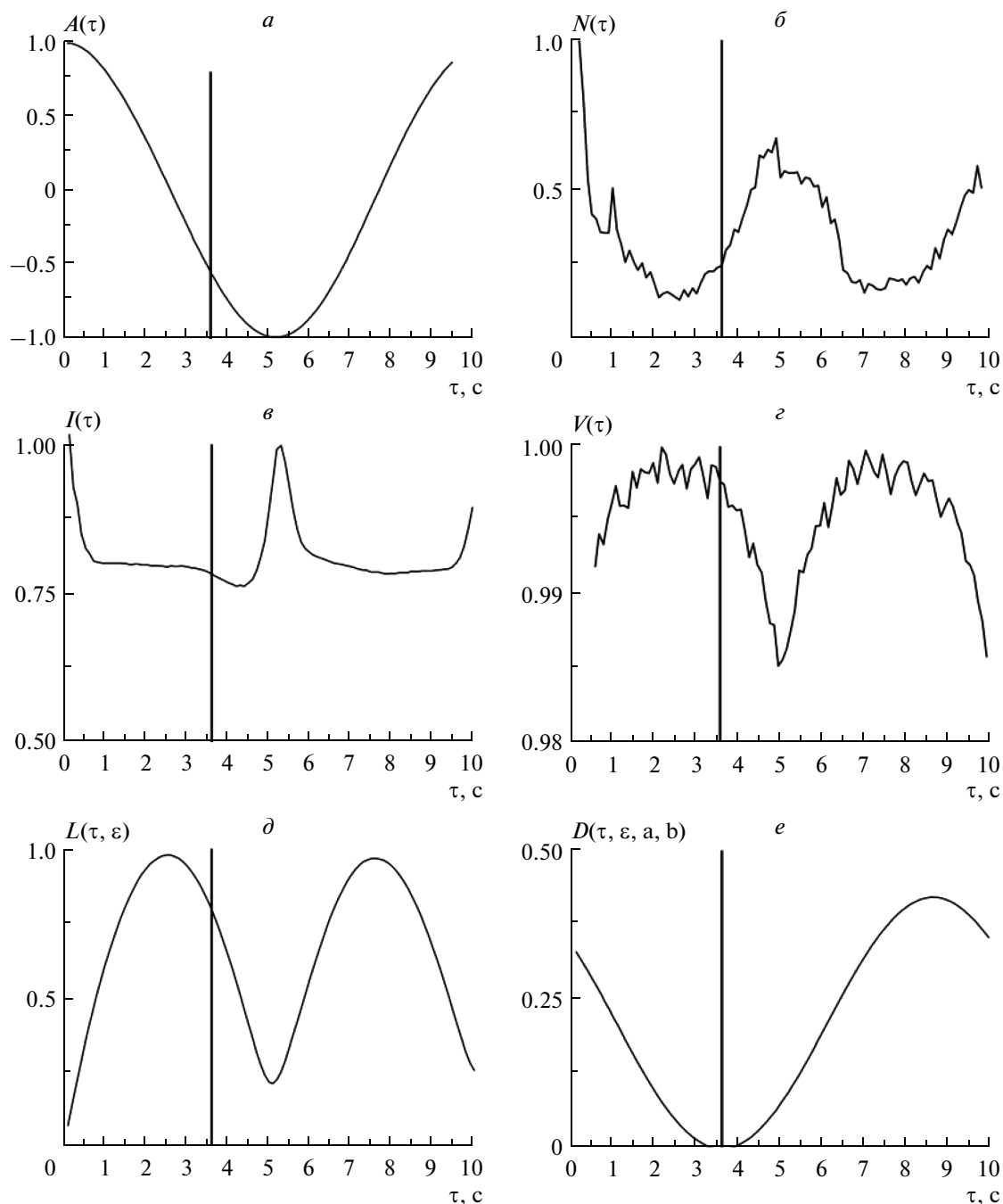


Рис. 3. Восстановление τ_0 в присутствии 4% измерительного и 10%-ного динамического шума с помощью: *a* – АКФ; *б* – $N(\tau)$; *в* – $I(\tau)$; *г* – $V(\tau)$; *д* – $L(\tau, \varepsilon)$; *е* – вспомогательной системы. Вертикальная линия – $\tau_0 = 3.6$ с.

наименьших квадратов функцией (4), восстановленной в табличном виде нелинейной функции, при этих значениях параметров дает $a = -1.65$, $b = 1.00$. Такие значения a и b совпадают с результатом непосредственной аппроксимации зависимости (2) функцией (4) методом наименьших квадратов.

Анализ незашумленной реализации методом вспомогательной системы также позволяет точно восстановить значения: $\tau = 3.6$ с и $\varepsilon = 2.0$ с. Восстановленные параметры нелинейной функции: $a = -2.3$, $b = 0.6$.

При наличии 10%-ного динамического и 4%-ного измерительного шума метод вспомога-

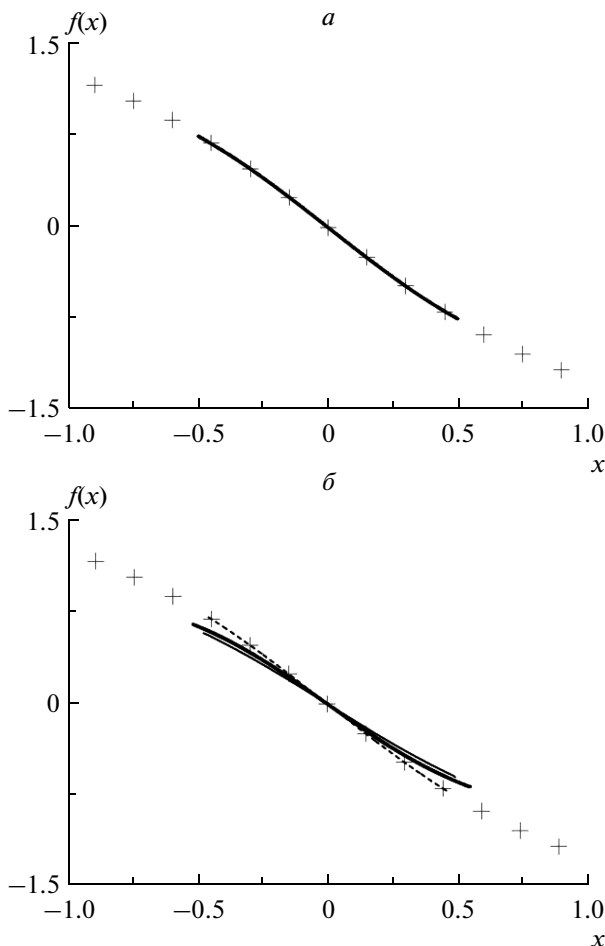


Рис. 4. Результаты реконструкции функции (2) с помощью: *a* – вспомогательной системы; *б* – (L, ε) . Пунктир – в отсутствие шумов. В присутствии шумов: тонкая линия – 4%-ного измерительного и 10%-ного динамического, жирная линия – 50%-ного динамического шума. Кресты – функция (2).

тальной системы позволяет получить значения параметров: $\tau = 3.6$ с, $\varepsilon = 2.0$ с, $a = -1.4$, $b = 1.2$ (рис. 4а, тонкая линия). При таких уровнях шума метод, основанный на расчете $L(\tau, \varepsilon)$ не позволяет восстановить время запаздывания, что приводит к резкому росту ошибки при определении прочих параметров. Однако если время запаздывание предварительно определить с помощью метода вспомогательной системы или расчета филл-фактора, то оценка гладкости проекции при фиксированном $\tau = 3.6$ с дает $\varepsilon = 1.3$ с, $a = -1.2$, $b = 1.1$ (рис. 4б, тонкая линия).

При уровне динамического шума в 50% в отсутствие измерительного эти методы не позволяют восстановить время задержки, поэтому для обоих методов использовалось предварительно определенное методом расчета филл-фактора значение $\tau = 3.6$ с. Восстановление параметров с

использованием метода вспомогательной системы в этом случае дает $\varepsilon = 2.0$ с, $a = -1.4$, $b = 1.2$ (рис. 4а, жирная линия). Методика, основанная на минимизации $L(\tau, \varepsilon)$, позволяет получить $\varepsilon = 1.5$ с, $a = -1.0$, $b = 1.5$ (рис. 4б, жирная линия).

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В работе выявлялись возможности и исследовались границы применимости предложенного нами подхода и нескольких известных методов реконструкции параметров периодических генераторов с запаздывающей обратной связью, описываемых модельным уравнением (1). Сопоставление методов проводилось в ходе анализа периодических временных реализаций модельной системы барорефлекторной регуляции среднего артериального давления [3], в том числе в присутствии динамических и измерительных шумов разной интенсивности.

Было показано, что методы, основанные на оценке автокорреляционной функции, информационной энтропии и статистики распределения экстремумов, оказались неприменимыми для оценки времени запаздывания периодического генератора с запаздыванием.

Предложенный нами метод, использующий вспомогательную систему с синхронным откликом, демонстрирует при определении τ наилучшую устойчивость к измерительным шумам.

Метод, основанный на расчете филл-фактора позволяет восстанавливать запаздывание в наиболее широком диапазоне динамических шумов, уступая предложенному нами подходу по устойчивости к измерительным шумам.

Методика определения степени гладкости проекции траектории системы оказалась наименее требовательной к длине реализации в отсутствие шумов, но продемонстрировала высокую чувствительность к шумам различной природы.

Было также показано, что при наличии шумов восстановить значение параметра инерционности ε и нелинейную функцию можно только с помощью предложенного нами подхода, основанного на использовании вспомогательной системы. При высоких уровнях динамического шума целесообразно предварительно провести оценку τ методом подсчета филл-фактора.

Работа выполнена при поддержке РНФ, грант № 14-12-00291.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Ikeda K. // Opt. Commun. 1979. V. 30. P. 257.
2. Lang R., Kobayashi K. // IEEE J. Quantum Electron. 1980. V. 16. P. 347.

3. Ringwood J.V., Malpas S.C. // Amer. Physiol. 2001. V. 280. P. 1105.
4. Mackey M.C., Glass L. // Science. 1977. V. 197. P. 287.
5. Безручко Б.П., Пономаренко В.И., Прохоров М.Д. и др. // УФН. 2008. Т. 178. Вып. 3. С. 323.
6. Безручко Б.П., Смирнов Д.А. Математическое моделирование и хаотические временные ряды. Саратов: ГосУНЦ "Колледж", 2005.
7. Bezruchko B.P., Karavaev A.S., Ponomarenko V.I., Prokhorov M.D. // Phys. Rev. E. 2001. V. 64. 056216
8. Prokhorov M.D., Ponomarenko V.I., Karavaev A.S., Bezruchko B.P. // Physica D. 2005. V. 203. P. 209.
9. Tian Y.-C., Gao F. // Physica D. 1997. V. 108. P. 113.
10. Bunner M.J., Meyer Th., Kittel A., Parisi J. // Phys. Rev. E. 1997. V. 56. P. 5083.
11. Bunner M.J., Popp M., Meyer Th. et al. // Phys. Rev. E. 1996. V. 54. P. 3082.
12. Караваяев А.С., Кульминский Д.Д., Пономаренко В.И., Прохоров М.Д. // Письма в ЖТФ. 2015. Т. 41. №. 1. С. 3.
13. Караваяев А.С., Киселев А.Р., Гриднев В.И. и др. // Физиология человека. 2013. Т. 39. № 4. С. 93.