

А.П. Кузнецов, Е.С. Попова, Е.П. Селезнев, Н.В. Станкевич

МЕТОДИКА ДИАГНОСТИКИ МНОГОЧАСТОТНЫХ ТОРОВ В ЭКСПЕРИМЕНТЕ

В работе предложена новая методика диагностики многочастотных торов в эксперименте, базирующаяся на визуализации инвариантной кривой в «кратном» сечении Пуанкаре. Данная методика апробирована на примере нелинейного контура с тремя внешними воздействиями, реализовано двойное сечение Пуанкаре.

Квазипериодические колебания, торы, инвариантная кривая, сечение Пуанкаре

A.P. Kuznetsov, E.S. Popova, E.P. Seleznev, N.V. Stankevich

A DIAGNOSTIC APPROACH FOR THE MULTIFREQUENCY TORUS

A new approach has been proposed for diagnosing the multi-frequency torus under the experiment based on the visualization of invariant curve in the «multiple» Poincaré section. The given approach has been piloted for the nonlinear circuit with three external actions, and the double Poincaré section has been realized.

Quasiperiodic oscillations, torus, invariant curve, Poincare section

Введение. Квазипериодические колебания широко распространены в науке и технике [1-4]. Соответствующие примеры можно найти в электронике, радиотехнике, биофизике, климатологии, астрофизике. Квазипериодические колебания можно классифицировать по числу независимых несоизмеримых частот. В фазовом пространстве образами квазипериодических колебаний являются *инвариантные торы*, при этом размерность тора равна числу неизмеримых частот [4]. При этом двухчастотный тор вложен в трехмерное фазовое пространство, трехчастотный – в четырехмерное и т.д. Спектры таких колебаний достаточно сложно устроены и содержат не только «комплект» основных частот, но и набор их гармоник. Задачи о генерации квазипериодических колебаний, их управления внешними сигналами, взаимной синхронизации являются сложными, причем заметный прогресс в теоретическом описании достигнут сравнительно недавно [4-14]. Одной из проблем изучения многочастотных колебаний является их диагностика. Традиционным и физически мотивированным методом является анализ спектра Фурье. Для двухчастотной квазипериодичности такой метод является достаточно приемлемым, однако для более высокоразмерных колебаний картина может усложняться за счет большого числа гармоник. Одним из методов, который может быть заимствован из теории динамического хаоса, является анализ показателей Ляпунова. Эти показатели характеризуют наличие (отсутствие) разбегания близких фазовых траекторий [15,16]. Так для систем с хаотическими колебаниями присутствует, по крайней мере, один положительный показатель. Для квазипериодических колебаний несколько показателей обращаются в ноль, причем чем больше нулевых показателей, тем больше число несоизмеримых частот. Однако процесс расчета полного спектра показателей Ляпунова с хорошей точностью занимает достаточно длительное время. Кроме того, этот метод не применим к экспериментальным данным, так как по временным реализациям достаточно надежно фиксируется только старший показатель Ляпунова. Еще одним из методов может служить построение сечения Пуанкаре [15,16]. В этом случае при численном моделировании системы производится поиск точек пересечения фазовой траектории с некоторой гиперповерхностью, размерность которой на единицу меньше фазового пространства. Так как для двухчастотных квазипериодических колебаний аттрактором является двумерный тор, то его сечение плоскостью представляет собой овал, или, как говорят, *инвариантную кривую*. Такую диагностику удобно использовать как при теоретическом исследовании, так и в эксперименте. Однако появление новых несоизмеримых частот «размывает» инвариантную кривую. Для исследования этого случая применяют «кратное», в простейшем случае *двойное сечение Пуанкаре* (*double Poincaré section*). Так трехчастотный тор в сечении Пуанкаре дает набор точек, формирующих инвариантную кривую в трехмерном пространстве. Ее, в свою очередь, можно рассечь плоскостью, которая и даст двойное сечение Пуанкаре. При этом надо иметь в виду, что набор точек дискретен, и они не попадают точно на секущую плоскость. Поэтому в численных расчетах

в этом случае необходимо фиксировать точки, попадающие в некоторый очень тонкий, но конечный слой, что затрудняет численную процедуру. Примеры использования двойного сечения Пуанкаре в теоретических исследованиях можно найти в [7,8,17-19]. Следует также отметить, что задачи о многочастотных колебаниях являются сложными, поэтому при их исследовании приходится применять разные методы, которые взаимно дополняют друг друга [4-14].

Если говорить об экспериментальных исследованиях многочастотной квазипериодичности, то можно указать работу [10], в которой анализировался спектр Фурье. В этом случае спектр был достаточно простым, а анализ системы дополнялся теоретическим моделированием, так что легко идентифицировались новые спектральные компоненты. В [20] на основе анализа спектра Фурье предложена схема, с помощью которой строились плоскости параметров, на которых различали различную динамику системы, включая двух и трехчастотные квазипериодические колебания в автоматическом режиме. В работе [21] авторы по экспериментальным временным реализациям конструировали отображение фаз, по которым также можно говорить о квазипериодичности реализующихся процессов. Что касается метода кратного сечения Пуанкаре, то практически не известно экспериментальных методик его определения. Можно указать лишь на работы [22,23], в которых проведен анализ механических систем типа балки, вибрирующей во внешнем поле. В данных работах экспериментально реализовано двойное сечение Пуанкаре, фиксированное по частотам внешнего воздействия. Таким образом, вопрос разработки метода диагностики многочастотных колебаний с помощью «кратных» сечений Пуанкаре в радиотехническом эксперименте является актуальным и малоисследованным.

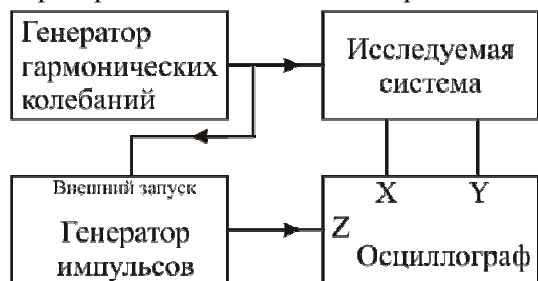


Рис. 1. Функциональная схема электронной установки, позволяющая визуализировать инвариантную кривую на экране осциллографа

Постановка задачи. Наиболее просто реализовать сечение Пуанкаре можно в неавтономных системах. В этом случае используют так называемое *стробоскопическое сечение*, которое выбирается через период внешнего сигнала. В эксперименте оно реализуется следующим образом. Сигнал внешнего воздействия (рис. 1) от стандартного генератора гармонических колебаний поступает на исследуемую систему. Этот же сигнал поступает на вход внешнего запуска импульсного генератора. Динамические переменные исследуемой системы поступают на входы X и Y осциллографа, работающего в режиме x-y, то есть без развертки, и в результате на

экране осциллографа формируется изображение проекции фазового портрета на соответствующую плоскость. Короткие импульсы, следующие с частотой гармонического сигнала стандартного генератора, с выхода генератора импульсов поступают на вход Z внешней подсветки изображения осциллографа. В результате на экране наблюдается фазовый портрет, на фоне которого более яркими точками отмечено его стробоскопическое сечение. Подбирая яркость свечения луча осциллографа, можно погасить фон и оставить только само сечение. Таким образом, на экране формируется аттрактор в сечении Пуанкаре. Такой метод визуализации инвариантной кривой реализован в [22-24].

В случае двумерного тора в сечение Пуанкаре наблюдается замкнутая кривая, по изменениям которой при вариации управляющих параметров, можно судить об эволюции квазипериодических колебаний. Если кривая преобразуется в набор дискретных точек, то имеет место *синхронизация* на торе, если наблюдается формирование изломов, то можно делать предположение о рождении *странного нехаотического аттрактора* [25, 26]. Если кривая размывается, то возможно, либо рождение *трехмерного тора*, либо переход к хаосу. Для исследования эволюции трехмерного тора в эксперименте необходимо построить уже двойное сечение Пуанкаре. Целью данной работы является разработка экспериментальной методики наблюдения многочастотных торов в радиотехническом эксперименте и ее апробация на примере нелинейного осциллятора с трехчастотным воздействием.

Методика диагностики многочастотных торов в эксперименте. Объект исследований представляет собой нелинейный колебательный контур *RLD* (рис.2), возбуждаемый сигналом, представляющим сумму трех гармонических составляющих $A_1 \sin \omega_1 t$, $A_2 \sin \omega_2 t$ и $A_3 \sin \omega_3 t$. Характер колебаний анализировался по проекции фазового портрета на плоскость $(A_0 \sin \omega_1 t, i)$, где i – сила тока диода. Значения частот воздействия заданы следующим образом: ω_1 выбиралась близкой частоте линейного резонанса колебательного контура и равнялась 51 кГц, $\omega_2 = k_2 \omega_1$, $\omega_3 = k_3 \omega_1$, где k_2 и k_3 – иррациональные числа, которые выбирались как решения минимальных многочленов второй и третьей

степени: $k_2 = (\sqrt{5} - 1)/2$, $k_3 = 1,324718...$ [27]. При $A_1 \neq 0$, $A_2 \neq 0$ и $A_3 \neq 0$ в исследуемой системе существует трехмерный тор. Исследуем его эволюцию с помощью двойного сечения Пуанкаре.

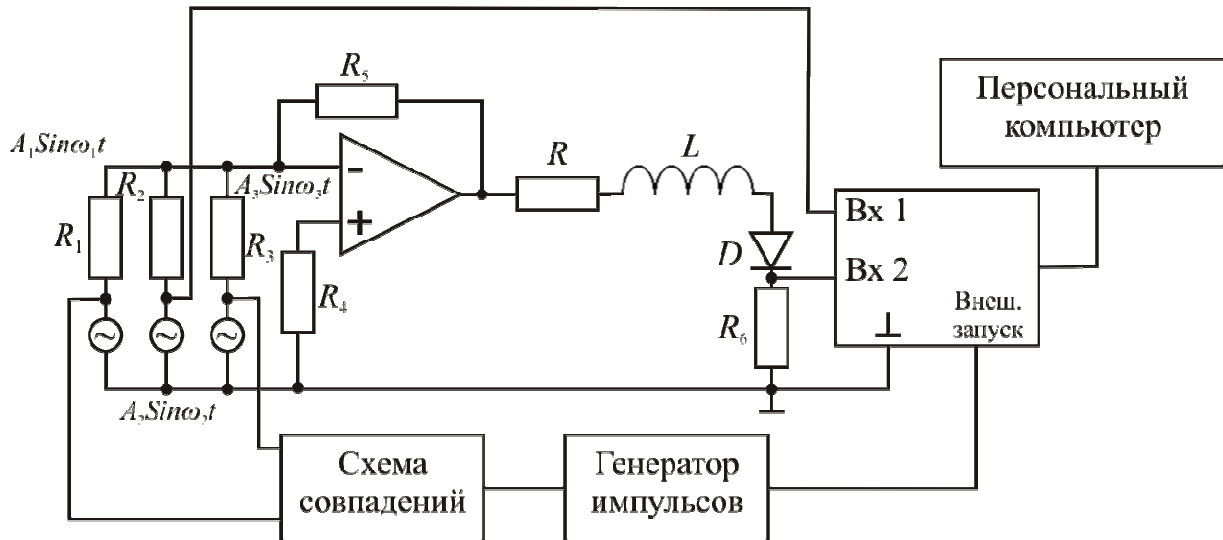


Рис. 2. Схема исследуемой системы, RLD-цепь с тремя гармоническими воздействиями

Прежде чем отработать методику построения двойного сечения Пуанкаре, вернемся к одномерному сечению. В случае двумерного тора, подсветка фазового портрета на экране осциллографа представляет собой выборку двух значений динамических переменных в некоторый определенный момент времени. В нашем эксперименте этот момент соответствует достижению внешней гармонической силой определенной фазы, по достижению которой формируется стробирующий импульс. В случае с трехмерным тором необходимо условие, когда две гармонические составляющие внешней силы одновременно достигают некоторых заданных фаз воздействия. Для реализации этого условия в эксперименте (см. рис.2) используется схема совпадений (рис. 3). С увеличением количества независимых частот в системе количество компонент, которые необходимо анализировать также будет увеличиваться. Изображенная на рис.3 схема управления позволяет делать четырехкратное сечение Пуанкаре.

Схема совпадений представляет собой набор компараторов напряжения (DA_1-DA_4), на входы которых поступают напряжения, соответствующие различным динамическим переменным. Потенциометрами R_1-R_4 устанавливаются пороги срабатывания компараторов. Пока значение динамической переменной не превышает пороговое значение, напряжение на выходе компаратора равно $-E_{num}$. В момент достижения динамической переменной порогового значения компаратор переключается в состояние, когда напряжение на выходе равно $+E_{num}$. Положительный перепад напряжения поступает на вход логического элемента ($DD_{11}-DD_{41}$), который используется в качестве развязывающего элемента. RC – цепи ($R_{13}C_1-R_{16}C_4$) и логические элементы $DD_{12}-DD_{42}$ представляют собой формирователи коротких импульсов, длительность которых значительно меньше наименьшего из периодов гармонических составляющих внешнего воздействия. Таким образом, часть схемы, включающая элементы DA_1-DA_4 , R_1-R_4 , $DD_{11}-DD_{41}$, $R_{13}C_1-R_{16}C_4$ и $DD_{12}-DD_{42}$ обеспечивает формирование коротких импульсов в момент, когда динамические переменные достигают заданных значений. Фиксация момента, когда данные события происходят одновременно, обеспечивается логическим элементом DD_5 . В момент достижения всеми динамическими переменными пороговых значений на все входы DD_5 поступают прямоугольные импульсы (логические единицы), соответственно, на его выходе появляется импульс. Этот импульс используется в качестве сигнала внешней подсветки луча осциллографа. Подбором яркости изображения на экране осциллографа формируется аттрактор системы в многомерном сечении Пуанкаре. Следует отметить что, вероятность события, когда две динамические переменные достигают некоторого заданного значения, сравнительно мала. Это приводит к тому, что на экране осциллографа сечение Пуанкаре выглядит не ярко по отношению к проекции фазового портрета. В этом случае более удобно использовать персональный компьютер с устройством ввода-вывода аналоговых сигналов. В эксперименте использовался персональный компьютер с устройством ввода-вывода NI USB-6211.

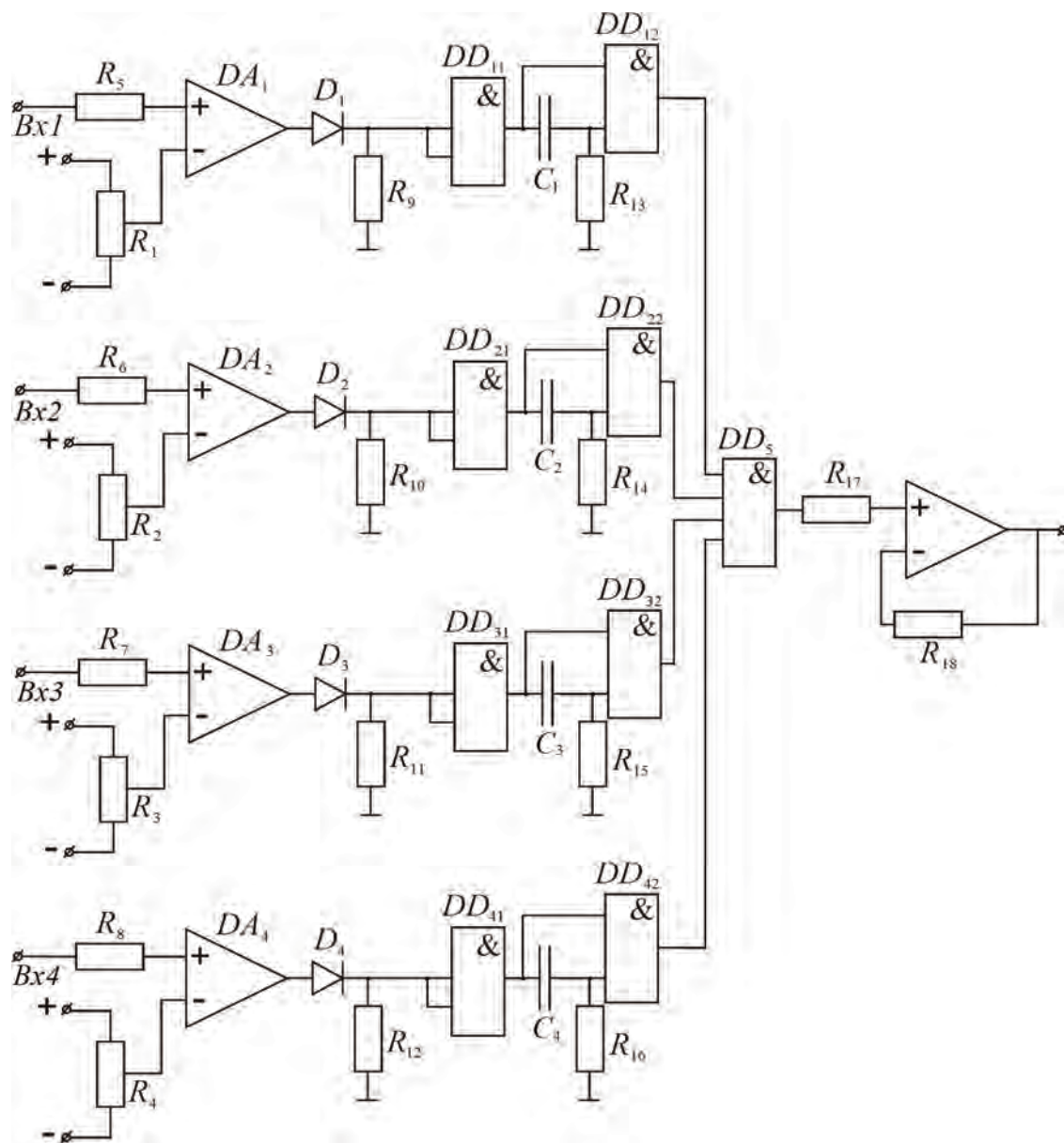


Рис. 3. Схема совпадений (см. рис. 2)

На рис. 4 представлены примеры аттракторов в двумерном сечении Пуанкаре. Рис. 4а представляет собой замкнутый овал, что соответствует гладкому трехчастотному тору. Некоторое «размытие» аттрактора обусловлено конечным интервалом времени совпадения, которое не превышает удвоенной длительности импульсов в схеме совпадения. В нашем эксперименте это интервал не превышал 400 мкс.

Интересной иллюстрацией является рис. 4б. Можно видеть удвоение кривой на экране осциллографа. Поскольку на снимке представлено двойное сечение Пуанкаре, то в этом случае имеет место *удвоение трехчастотного тора*. Этот эффект аналогичен известной бифуркации удвоения двухчастотного тора [4, 15], но реализуется для тора более высокой размерности.

Динамические режимы, представленные на рис. 4в, г предшествуют переходу к хаосу. Можно предположить, что в данном случае наблюдается странный нехаотический аттрактор, однако строгое обоснование этого факта требует дополнительных исследований. Рис. 4д, е соответствуют хаотическому аттрактору, сформировавшегося в результате разрушения двумерного тора.

Заключение. Таким образом, в результате проведенной работы предложена и апробирована на примере неавтономного нелинейного осциллятора с трехчастотным воздействием методика наблюдения многомерных торов и построения «кратного» сечения Пуанкаре. Экспериментально обнаружена возможность удвоения трехчастотного тора.

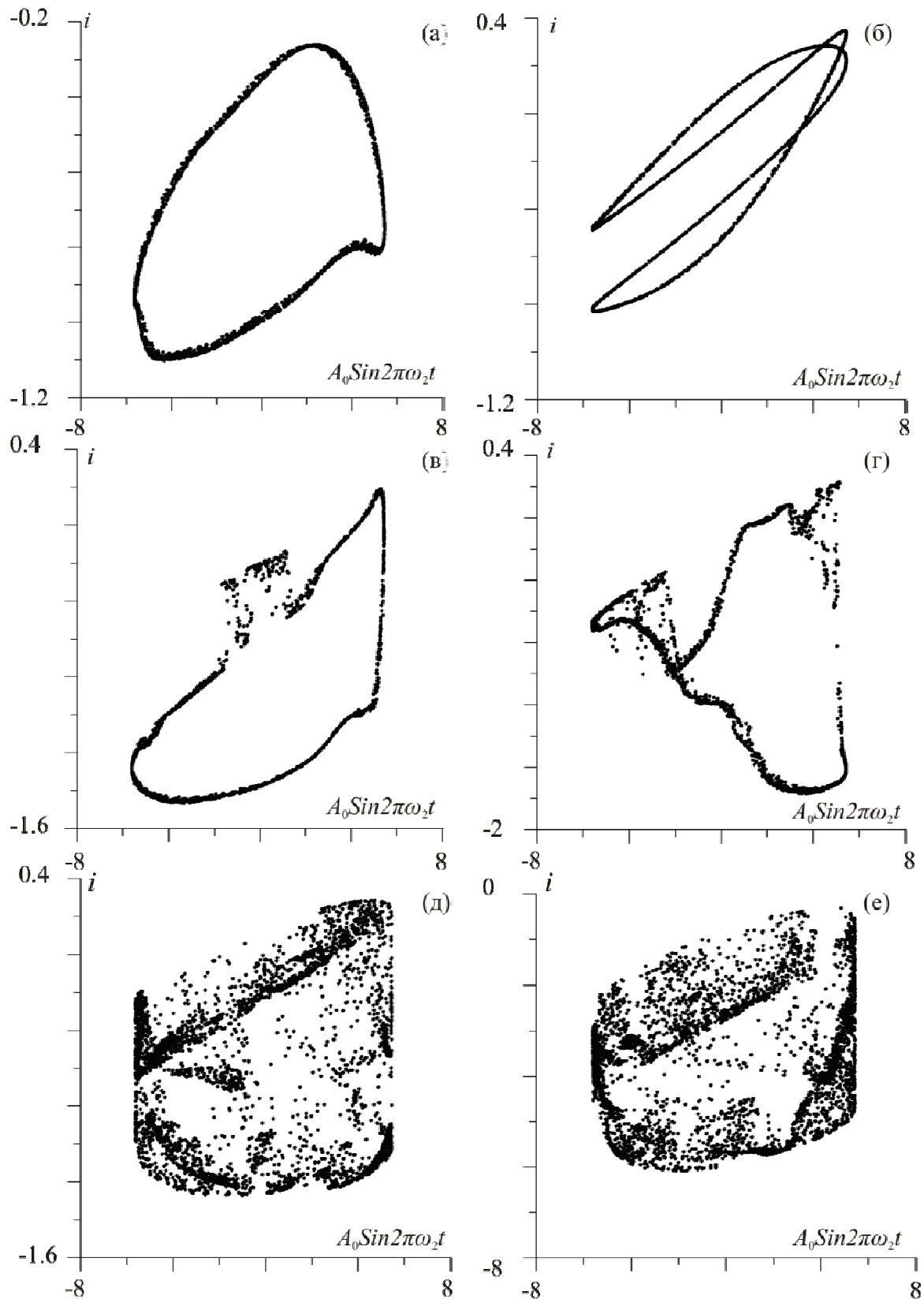


Рис. 4. Вид аттракторов в двойном сечении Пуанкаре, построенных по экспериментальным данным:
 а) $A_1=1.2B$, $A_2=0.6B$, $A_3=0.18B$; б) $A_1=1.2B$, $A_2=0.6B$, $A_3=0.18B$; в) $A_1=1.2B$, $A_2=0.6B$, $A_3=0.18B$; г) $A_1=1.2B$, $A_2=0.6B$, $A_3=0.18B$; д) $A_1=1.52B$, $A_2=0.8B$, $A_3=0.18B$; е) $A_1=1.63B$, $A_2=0.8B$, $A_3=0.18B$.

Работа выполнена при финансовой поддержке Российского фонда фундаментальных исследований (грант № 12-02-31465).

ЛИТЕРАТУРА

1. Пиковский А. Синхронизация. Фундаментальное нелинейное явление / А. Пиковский, М. Розенблюм, Ю. Куртс. М.: Техносфера, 2003. 508 с.
2. Лоскутов А.Ю. Основы теории сложных систем / А.Ю. Лоскутов, А. С. Михайлов. М.-Ижевск: Ин-т компьютерных исследований, 2007. 620 с.
3. Ланда П.С. Автоколебания в системах с конечным числом степеней свободы / П.С. Ланда. М.: Наука, 1980. 360 с.
4. Анищенко В.С. Синхронизация регулярных, хаотических и стохастических колебаний. / В.С. Анищенко, В.В. Астахов, Т.Е. Вадивасова, Г.И. Стрелкова. М.-Ижевск: Ин-т компьютерных исследований, 2008. 144 с.
5. Анищенко В.С. Генератор квазипериодических колебаний. Бифуркация удвоения двумерного тора / В.С. Анищенко, С.М. Николаев // Письма в ЖТФ. Том 31. 2005. С.88-94.
6. Anishchenko V. Winding number locking on a two-dimensional torus: Synchronization of quasiperiodic motions / V. Anishchenko, S. Nikolaev, J. Kurths // Phys. Rev. E. Vol. 73. 2006. P. 056202.
7. Анищенко В.С. Механизмы синхронизации резонансного предельного цикла на двумерном торе / В.С. Анищенко, С.М. Николаев, J. Kurths // Нелинейная динамика. 2008. Т. 4. № 1. С. 39-56.
8. Anishchenko V. Bifurcational mechanisms of synchronization of a resonant limit cycle on a two-dimensional torus / V. Anishchenko, S. Nikolaev, J. Kurths // Chaos. 2008. Vol. 18. P. 037123.
9. Anishchenko V. Phase dynamics of two coupled oscillators under external periodic force / V. Anishchenko, S. Astakhov, T. Vadivasova // Europhysics Letters. 2009. Vol. 86. P. 30003.
10. Анищенко В.С. Численное и экспериментальное исследование внешней синхронизации двухчастотных колебаний / В.С. Анищенко, В.В. Астахов, Т.Е. Вадивасова, А.В. Феоктистов // Нелинейная динамика. 2009. Т. 5. № 2. С. 237-252.
11. Kuznetsov A.P. A simple autonomous quasiperiodic self-oscillator / A.P. Kuznetsov, S.P. Kuznetsov, N.V. Stankevich // Communications in Nonlinear Science and Numerical Simulation/ Vol. 15. 2010. P. 1676-1681.
12. Кузнецов А.П. Синхронизация и многочастотные колебания в цепочке фазовых осцилляторов / А.П. Кузнецов, И.Р. Сатаев, Л.В. Тюрюкина // Нелинейная динамика. Том 6. 2010. №4. С. 693-717.
13. Кузнецов А.П. Вынужденная синхронизация двух связанных автоколебательных осцилляторов Ван дер Поля / А.П. Кузнецов, И.Р. Сатаев, Л.В. Тюрюкина // Нелинейная динамика. 2011. Т. 7. №3. С.411-425.
14. Emelianova Yu.P. Synchronization and multi-frequency oscillations in the low-dimensional chain of the self-oscillators / Yu.P. Emelianova, A.P. Kuznetsov, I.R. Sataev, L.V. Turukina // Physica D. Vol. 244. 2013. № 1. P. 36-49.
15. Кузнецов С.П. Динамический хаос / С.П. Кузнецов. М.: Физматлит, 2006. 355 с.
16. Анищенко В.С. Сложные колебания в простых системах. Механизмы возникновения, структура и свойства динамического хаоса в радиофизических системах / В.С. Анищенко. М.: Изд. группа URSS, 2009. 320 с.
17. Postnov D.E. Transition to synchronized chaos via suppression of the natural dynamics / D.E. Postnov, A.G. Balanov, O.V. Sosnovtseva // Physics Letters A. Vol. 283. 2001. Issues 3-4. P. 195-200.
18. Camparo J.C. Attractor geometry of a quasiperiodically perturbed, two-level atom / J.C. Camparo, R.P. Frueholz // Phys. Rev. A. Vol. 43. 1991. № 1. P. 338-345.
19. Maistrenko V. Phase chaos in the discrete Kuramoto model / V. Maistrenko, A. Vasylenko, Yu. Maistrenko, E. Mosekilde // International Journal of Bifurcation and Chaos. Vol. 20. 2010. Issue 6. P. 1811.
20. Lindsay P.S. Three-frequency quasiperiodicity, phase locking and the onset of chaos / P.S. Lindsay, A.W. Cumming // Physica D. Vol. 40. 1989. P. 196-217.
21. Ashwin P. Unfolding the torus: oscillator geometry from time delays / P. Ashwin, J.W. Swift // Journal of Nonlinear Science. Vol. 3. 1993. P. 459-475.
22. Moon F.C. Double Poincaré sections of a quasi-periodically forced, chaotic attractor / F.C. Moon, W.T. Holmes // Physics Letters A. Vol. 111. 1985. Issue 4. P. 157-160.
23. Virgin L.N. An Experimental Nonlinear Oscillator Subject to Two-frequency Excitation / L.N. Virgin, J.M. Nichols // Proceeding of IMAC-XXV: Conference & Exposition on Structural Dynamics. <http://sem-proceedings.com/25i/sem.org-IMAC-XXV-s33p02-An-Experimental-Nonlinear-Oscillator-Subject-Two-frequency-Excitation.pdf>

24. Kuznetsov A.P. Nonautonomous dynamics of coupled van der Pol oscillators in the regime of amplitude death / A.P. Kuznetsov, E.P. Seleznev, N.V. Stankevich // Communications in Nonlinear Science and Numerical Simulation. Vol. 17 – 2012. – No. 9. P. 3740-3746.
25. Grebogi C. Strange attractors that are not chaotic / C. Grebogi, E. Ott, S. Pelikan, J.A. Yorke // Physica D. Vol. 13 - 1984. № 1, 2. P. 261-268.
26. Кузнецов С.П. Странный нехаотический аттрактор. / С.П. Кузнецов, А.С. Пиковский, У. Фойдель // Нелинейные волны – 2004 / под ред. А.В. Гапонова-Грехова и В.И. Некоркина. Н. Новгород: ИПФ РАН, 2005. С. 484-509.
27. Kim S. Simultaneous rational approximations in the study of dynamical systems / S. Kim, S. Ostlund // Phys. Rev. A. 1986. Vol. 34. No. 4. P. 3426-3434.

Кузнецов Александр Петрович –

доктор физико-математических наук, профессор,
ведущий научный сотрудник Саратовского
филиала Института радиотехники
и электроники РАН

Alexandr P. Kuznetsov –

Dr. Sc., Professor, Leading Researcher:
Institute of Radio-Engineering and Electronics
at the Russian Academy of Sciences (Saratov Branch)

Попова Елена Сергеевна –

аспирант кафедры «Динамическое
моделирование и биомедицинская инженерия»
Саратовского государственного университета
имени Н.Г. Чернышевского

Elena S. Popova –

Postgraduate
Department of Dynamical Simulation
and Biomedical Engineering,
Gagarin Saratov State University

Селезнев Евгений Петрович –

доктор физико-математических наук,
заместитель директора Саратовского филиала
Института радиотехники и электроники РАН

Evgeniy P. Seleznev –

Dr. Sc.,
Deputy Director: Institute of Radio-Engineering
and Electronics at the Russian Academy of Sciences
(Saratov Branch)

Станкевич Наталия Владимировна –

кандидат физико-математических наук, доцент
кафедры «Радиотехника» Саратовского
государственного технического университета
имени Гагарина Ю.А.

Natalia V. Stankevich –

Ph.D., Associate Professor
Department of Radio Engineering,
Gagarin Saratov State Technical University

Статья поступила в редакцию 16.12.12, принята к опубликованию 20.02.13

УДК 681.586.672

А.В. Лашков

**О ВЛИЯНИИ НЕРАВНОМЕРНОГО НАГРЕВА ЛИНЕЙКИ
ТЕРМОКАТАЛИТИЧЕСКИХ ДАТЧИКОВ НА РАСПОЗНАВАНИЕ ГАЗОВЫХ СМЕСЕЙ**

Рассмотрено применение термокаталитических датчиков для формирования газоаналитических мультисенсорных систем. Обсуждено влияние неравномерного нагрева линейки датчиков на качество распознавания газовых смесей. Приведен сравнительный анализ результатов детектирования, полученных при различных температурных режимах работы датчиков.

Термокаталитический датчик, мультисенсорная система, неравномерный нагрев

A.V. Lashkov

**NON-UNIFORM HEATING IMPACT
OF THERMOCATALYTIC SENSORS ON GAS MIXTURE DETECTION**

The author considers the usage of catalytic combustion sensors in designing gas-analytical multi-sensor systems. The impact of non-homogeneous heating of sensor array on the