ДОКЛАДЫ АКАДЕМИИ НАУК, 2009, том 426, № 5, с. 679–684

ГЕОФИЗИКА

УДК 551.5

ЭМПИРИЧЕСКИЕ ОЦЕНКИ ВОЗДЕЙСТВИЯ ЕСТЕСТВЕННЫХ И АНТРОПОГЕННЫХ ФАКТОРОВ НА ГЛОБАЛЬНУЮ ПРИПОВЕРХНОСТНУЮ ТЕМПЕРАТУРУ

© 2009 г. Член-корреспондент РАН И. И. Мохов, Д. А. Смирнов

Поступило 05.02.2009 г.

Одна из ключевых глобальных проблем современности связана с климатическими изменениями, в частности с определением относительной роли естественных и антропогенных факторов [1–4]. В данной работе количественно оценено влияние двух естественных (солнечной и вулканической активности) и одного антропогенного (содержания углекислого газа в атмосфере) факторов на глобальную приповерхностную температуру Земли (ГПТ) с использованием авторегрессионных моделей по эмпирическим данным. Наряду с оцениванием “причинности по Грейнджеру” [5, 6] (см. также [7, 8]) для выявления долгосрочного эффекта воздействий предложен новый метод, учитывающий динамику эмпирических моделей [9]. Выявлено статистически значимое влияние всех трех факторов на ГПТ. Наиболее существен вклад антропогенного фактора, а влияние солнечной и вулканической активности на порядок слабее.

При анализе использовались среднегодовые данные для ГПТ T (1856–2005 гг.) [10], для межгодовых вариаций потока солнечного излучения I (1610–2005 гг.) [11], для оптической толщины вулканического аэрозоля в атмосфере V (1856–1999 гг.) [12] и для содержания углекислого газа в атмосфере n (1856–2004 гг.) [13] (рис. 1).

По использовавшимся M временным рядам $\{x_l(t)\}_{t=1}^{N}$, $l = 1, 2, \ldots, M$, оценивалось воздействие различных переменных на переменную x_k – в рассматриваемом случае на ГПТ. Анализируемые ряды сравнительно коротки и не имеют явно выраженных пиков в спектрах мощности. С целью выявления воздействий использовались оценки причинности по Грейнджеру с определением улучшения прогноза одного процесса при учете в его модели данных для другого [5, 6].

Для оценки воздействия x_j на x_k ($j \to k$) строилась авторегрессионная (АР) модель $x_k(t)$ с учетом всех M процессов. В линейном варианте она имеет вид

$$x_k(t) = a_{k,k,0} + \sum_{l=1}^{M}\sum_{i=1}^{d_l} a_{k,l,i}x_l(t-i-\Delta_l) + \xi_k(t), \quad (1)$$

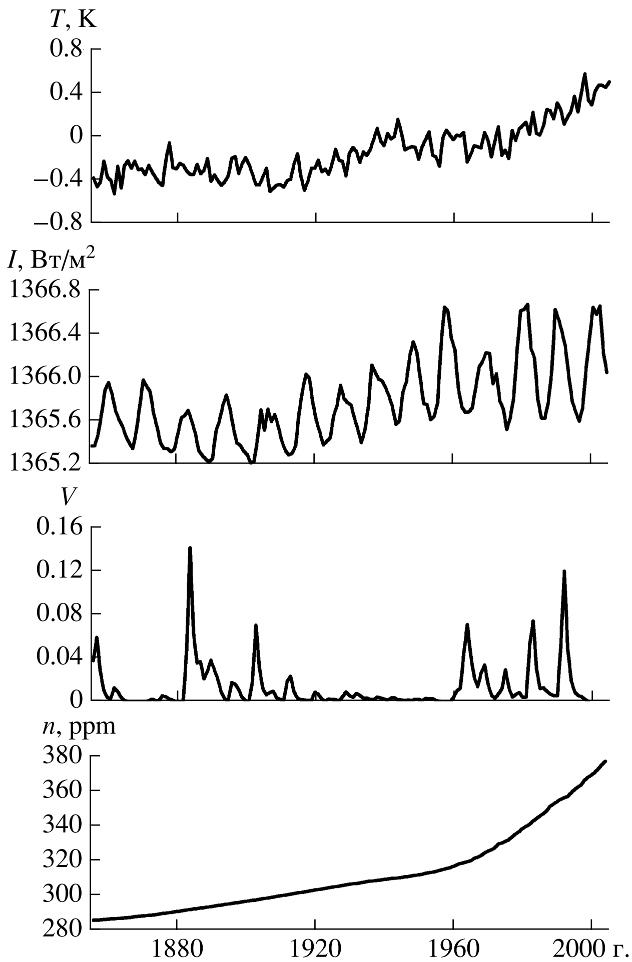

Рис. 1. Аномалии средней глобальной приповерхностной температуры, поток солнечного излучения (солнечная постоянная), вулканическая активность (оптическая толщина вулканического аэрозоля) и содержание углекислого газа в атмосфере.

Институт физики атмосферы им. А.М. Обухова Российской Академии наук, Москва

Саратовский филиал Института радиотехники и электроники им. В.А. Котельникова Российской Академии наук

где d_l – количество предыдущих значений каждого процесса, Δ_l – пробное время запаздывания, ξ_k – нормальный белый шум. Коэффициенты $a_{k,l,i}$ при фиксированных d_l и Δ_l определялись путем минимизации суммы квадратов остаточных ошибок:

$$\Sigma_k^2 = \sum_{t=t_0+1}^{N}\left(x_k(t) - a_{k,k,0} - \right.$$

$$\left. - \sum_{l=1}^{M}\sum_{i=1}^{d_l} a_{k,l,i}x_k(t-i-\Delta_l)\right)^2 \to \min,$$

где $t_0 = \max\limits_{1\le l\le M}\{d_l + \Delta_l\}$. Обозначим достигнутую минимальную величину $s_k^2 = \min\limits_{\{a_{k,l,i}\}}\Sigma_k^2$, а оценку дисперсии шума $\xi_k - \hat{\sigma}_k^2 = \dfrac{s_k^0}{N - t_0 - P_k}$, где P_k – число оцениваемых коэффициентов $a_{k,l,i}$. Затем при тех же d_l и Δ_l строилась АР-модель без учета процесса $x_j(t)$:

$$x_k(t) = b_{k,k,0} + \sum_{l=1,\,l\ne j}^{M}\sum_{i=1}^{d_l} b_{k,l,i}x_k(t-i-\Delta_l) + \eta_k(t), \quad (2)$$

где $\eta_k(t)$ – нормальный белый шум, а оценка его дисперсии $\hat{\sigma}_{k\backslash j}^2 = \dfrac{s_{k\backslash j}^2}{N - t_0 - P_{k\backslash j}}$, $s_{k\backslash j}^2$ – минимальное значение суммы квадратов остаточных ошибок, $P_{k\backslash j}$ – число коэффициентов $b_{k,l,i}$. Улучшение прогноза x_k при учете x_j характеризует влияние $j \to k$: $PI_{j\to k} = \hat{\sigma}_{k\backslash j}^2 - \hat{\sigma}_k^2$. Если результат $PI_{j\to k} > 0$ статистически значим, а не случаен, то делается вывод о наличии воздействия. В качестве количественной характеристики этого воздействия использовалась нормированная величина $\dfrac{PI_{j\to k}}{\hat{\sigma}_{k\backslash j}^2}$. Для оценки статистической значимости рассчитывалась величина

$$F_{j\to k} = \frac{(N - t_0 - P_k)(s_{k\backslash j}^2 - s_k^2)}{(P_k - P_{k\backslash j})s_k^2},$$

которая при отсутствии связей между процессами распределена по F-закону с числом степеней свободы $(P_k - P_{k\backslash j}, N - t_0 - P_k)$ [14, 15]. Вывод о наличии влияния $j \to k$ можно сделать на уровне значимости p (с вероятностью ошибки не более p), если $F_{j\to k}$ превосходит $(1 - p)$-квантиль F-распределения (F-тест). Часто используется $p = 0.05$.

Величины d_l желательно задать как можно меньшими, чтобы уменьшить число оцениваемых коэффициентов P_k и увеличить вероятность выявления существующих связей по сравнительно коротким рядам. В любом случае P_k должно быть значительно меньше N, по грубой оценке – не более $\sqrt{N}$. При этом d_l должны быть достаточно велики, чтобы обеспечить адекватность моделей: по меньшей мере, остаточные ошибки должны быть дельта-коррелированными для применения F-теста [14]. Значения d_l подбирались как точки насыщения зависимостей $\hat{\sigma}_k^2(d_l)$: d_k при $M = 1$, а прочие d_l при попарном анализе ($M = 2$). Значения Δ_l определялись минимизацией $\hat{\sigma}_k^2(\Delta_l)$ при $M = 2$.

При учете нелинейности АР-модели строились с нелинейными функциями, а именно с использованием алгебраических многочленов от 2-го до 5-го порядка. Следует отметить, что введение нелинейности не приводило к значимому улучшению описания ГПТ, и результаты в данной работе представлены ниже только для линейных моделей.

$PI_{j\to k}$ – характеристика "прямого" влияния $j \to k$, т.е. реализующегося не через посредство остальных $M - 2$ процессов. Если нужно получить полную характеристику воздействия $x_j(t)$ на $x_k(t)$, отражающую как прямые, так и опосредованные связи, то описанная процедура применяется только к паре процессов $x_j(t)$ и $x_k(t)$, т.е. ансамблю с $M = 2$. Будем называть такой анализ попарным в отличие от многокомпонентного. Если требуется оценить суммарное влияние K факторов $x_{j_1}, x_{j_2}, \ldots, x_{j_K}$, то аналогично рассчитывается $PI_{j_1, j_2, \ldots, j_K \to k}$ через остаточные ошибки полной АР-модели (1) и АР-модели с K исключенными факторами.

Следует отметить, что оценки типа $PI_{j\to k}$ лишь косвенно характеризуют "важность" того или иного фактора. Для ответа на вопрос, влиянием каких факторов вызван наблюдаемый в последнее столетие рост ГПТ, нами предложен новый метод оценки долгосрочного эффекта воздействий [9]. Этот метод состоит в оценивании влияния $j \to k$ по изменениям, которые согласно построенной полной АР-модели (1) произошли бы в динамике x_k при определенной эволюции процесса, характеризуемого переменной x_j.

При анализе поведения АР-модели (1) генерировался ансамбль временных реализаций $T(t)$ на интервале 1856–2005 гг. сначала при "реальных" условиях C_0, т.е. когда на вход модели в качестве реализаций остальных процессов подаются наблюдаемые временные ряды. Начальные значения $T(t)$ брали из наблюдаемого ряда для ГПТ. По каждой реализации определяли модельные значения T_{2005} ($T(t)$ при $t = 2005$) и $\alpha_{1985-2005}$ (коэффициент, характеризующий величину линейного тренда для ряда $T(t)$ в 1985–2005 гг.). Если модель адекватна, то наблюдаемое значение $T_{2005} = 0.502$ K должно лежать в пределах вероятных значений модельной величины T_{2005} близко к условному математическому ожиданию $\langle T_{2005}|C_0\rangle$, а не на “хвостах” распределения. Аналогично для $\alpha_{1985–2005}$, составляющего 0.02 К/год по данным наблюдений.

В случае адекватности модели генерируется ансамбль ее реализаций при некотором альтернативном условии C, например, при условии, что величина $n(t)$ остается на том же уровне, что и в начале ряда по данным наблюдений (1856 г.). Для этого на вход модели (1) вместо наблюдаемого ряда $n(t)$ за 1856–2004 гг. подается гипотетический ряд и рассчитываются значения $\langle T_{2005}|C\rangle$ и $\langle\alpha_{1985–2005}|C\rangle$. Разности $\langle T_{2005}|C_0\rangle - \langle T_{2005}|C\rangle$, $\langle\alpha_{1985–2005}|C_0\rangle - \langle\alpha_{1985–2005}|C\rangle$ характеризуют долгосрочное влияние того или иного фактора (условия) на наблюдаемый рост ГПТ. По сравнению с характеристиками причинности по Грейнджеру предлагаемые количественные оценки влияния дают дополнительную новую информацию и имеют ясный физический смысл.

Для вариаций ГПТ в интервале 1856–2005 гг. при $M = 1$ оптимальна модель с $d_T = 4$ (при $d_T > 4$ ошибка прогноза модели практически не уменьшается):

$$T(t) = a_0 + \sum_{i=1}^{4} a_i T(t-i) + \xi(t) \quad (3)$$

с параметрами $a_0 = -0.012(\pm0.20)$ К, $a_1 = 0.577(\pm0.160)$, $a_2 = 0.028(\pm0.18)$, $a_3 = 0.108(\pm0.18)$, $a_4 = 0.291(\pm0.16)$. В скобках приведены удвоенные значения среднеквадратической погрешности, соответствующие 95%-ным доверительным интервалам [14]. Дисперсия ошибки прогноза $\sigma_\xi^2 = 0.01$ К^2. Остаточные ошибки дельта-коррелированы, и можно использовать F-тест при анализе по Грейнджеру.

Для количественного сравнения временных реализаций полученной модели с исходным рядом ГПТ на рис. 2а приведены средние значения модельной величины T и 95%-ный интервал ее распределения, рассчитанные по ансамблю из 100 реализаций. Наблюдаемый ряд, как правило, не выходит за границы интервала, что указывает на сравнительно хорошее качество модели. Однако значения ГПТ в 2001–2005 гг. не удовлетворяют этому условию. Еще более четко проявляется несоответствие, когда оценивается, насколько модель, построенная по интервалу 1856–1985 гг., может предсказать рост ГПТ в 1985–2005 гг. При этом значения ГПТ уже за 16 лет не попадают в 95%-ный интервал (рис. 2б); это значит, что-то изменилось в динамике ГПТ за последние десятилетия, например в результате влияния внешних факторов. Соответствующий анализ проводили с помощью построения моделей при $M > 1$ с $d_T = 4$. Параметры $d_{I\to T}$, $d_{n\to T}$, $d_{V\to T}$ и $\Delta_{I\to T}$, $\Delta_{n\to T}$, $\Delta_{V\to T}$ подбирали при $M = 2$. Моделирование проводили по данным для периода [1856–L] при различных L.

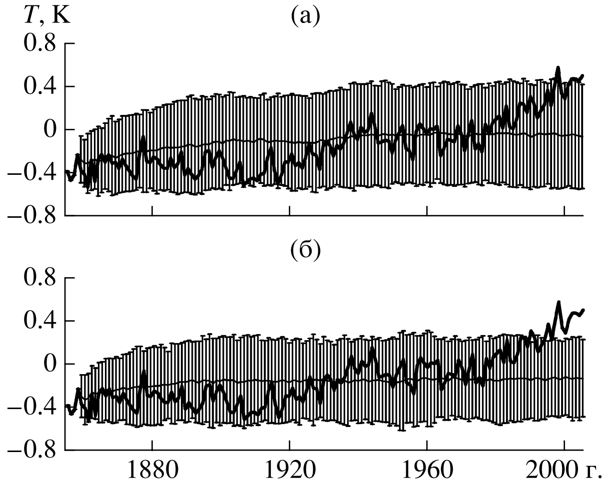

Рис. 2. АР-модели ГПТ при $M = 1$ (индивидуальные): а – среднее по ансамблю из 100 реализаций значение ГПТ (тонкая линия) и 95%-ный интервал распределения для модели с $d_T = 4$, построенной по данным 1856–2005 гг., б – по данным 1856–1985 гг. Жирной линией показан исходный ряд ГПТ.

При учете солнечной активности оптимален выбор $d_{I\to T} = 1$ и $\Delta_{I\to T} = 0$. Влияние $I \to T$ наиболее четко выявляется при использовании данных для периода 1856–1985 гг. (рис. 3а). Соответствующая модель имеет вид

$$T_t = a_0 + a_1 T_{t-1} + a_4 T_{t-4} + b_I I_{t-1} + \eta_t, \quad (4)$$

где $a_0 = -93.7(\pm44.4)$ К, $a_1 = 0.515(\pm0.087)$, $a_4 = 0.270(\pm0.088)$, $b_1 = 0.069(\pm0.033)$ К/(Вт/м^2). При этом $\frac{PI_{I\to T}}{\sigma_\xi^2} = 0.028$ и отличие от нуля значимо на уровне $p < 0.035$. При моделировании по данным для периода 1856–2005 гг. не обнаружено статистически значимого влияния $I \to T$ хотя бы на уровне $p < 0.05$. Это может свидетельствовать о том, что в период 1985–2005 гг. усилилось влияние на ГПТ других факторов, не связанных с солнечной активностью. Подобный вывод подтверждает анализ модели (4). На рис. 3б представлен ансамбль ее реализаций при условии C_0. Здесь 95%-ный интервал у́же, чем для модели (3), т.е. учет солнечной активности позволяет точнее описать вариации ГПТ в период 1856–1985 гг. Однако рост ГПТ в 1985–2005 гг. не предсказывается моделью.

Чтобы оценить воздействие тренда солнечной активности на рост ГПТ, рассчитывался ансамбль реализаций, когда на вход подавался сигнал $I(t)$ с удаленным трендом. Результат практически не отличается от приведенного на рис. 3б. Количественные характеристики модели: $\langle T_{2005}|C_0\rangle = -0.01(\pm0.024)$ К и $\langle T_{2005}|I$ без тренда$\rangle = 0.02(\pm0.024)$ К, где в скобках

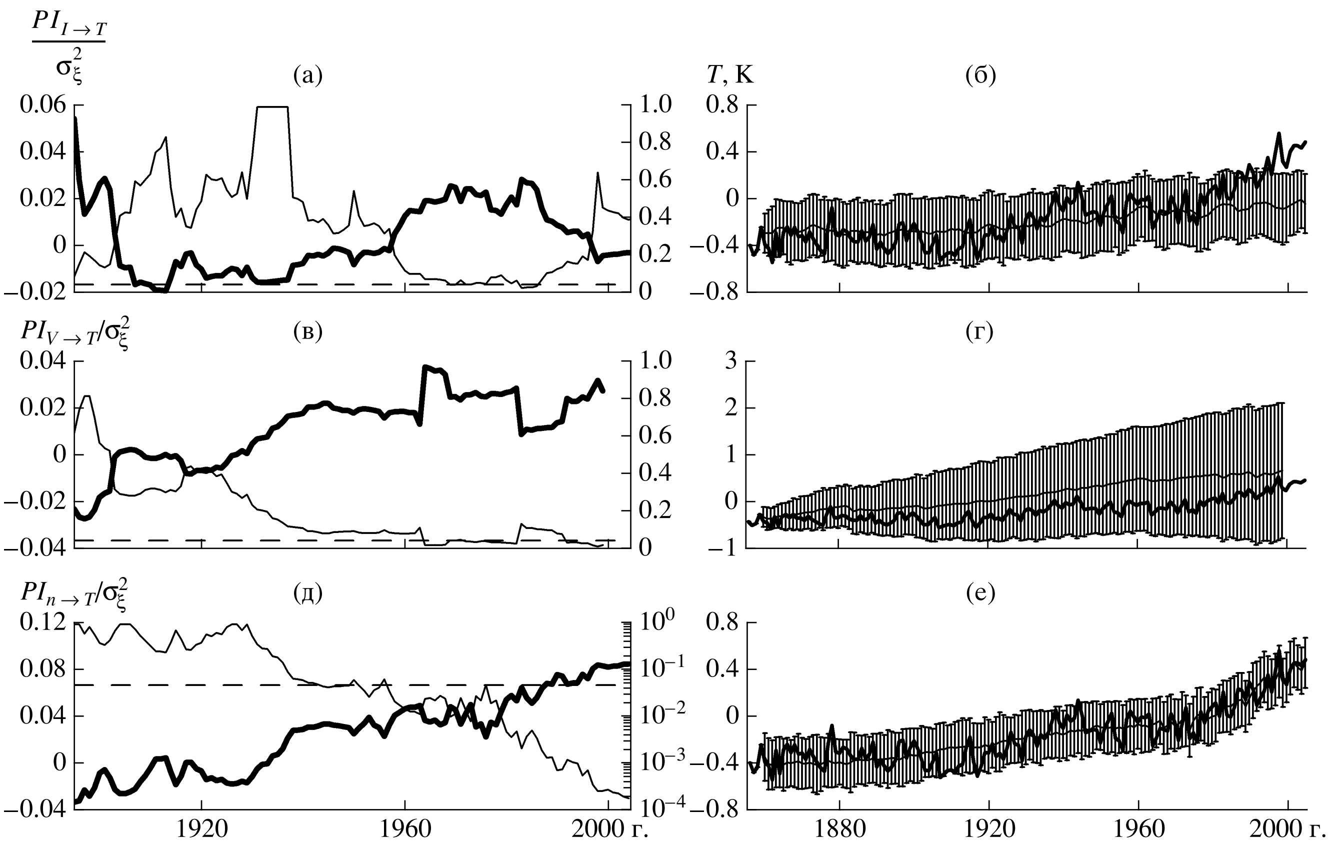

Рис. 3. АР-модели ГПТ при $M = 2$ (попарный анализ) с учетом: а, б – солнечной активности, в, г – вулканической активности, д, е – содержания CO_2 в атмосфере. Левый столбец – улучшение прогноза (жирная линия) и уровень значимости (тонкая линия; штриховая линия – уровень 0.05) в зависимости от координаты конца временного окна L. Правый столбец – исходный ряд ГПТ (жирная линия) и значения ГПТ по ансамблю реализаций АР-моделей (4), (5) и (6), построенных по данным за периоды 1856–1985, 1856–1999, 1856–2005 гг. соответственно.

даны ошибки оценки средних значений по ансамблю из 100 реализаций, $\alpha_{1985–2005}$ также равен нулю в пределах ошибки оценивания в обоих случаях. Так что удаление тренда $I(t)$ практически не влияет на ГПТ. Хотя влияние солнечной активности и выявлено с помощью оценки причинности по Грейнджеру, но согласно оценке долгосрочного эффекта не оно является причиной роста ГПТ в последние годы.

Влияние вулканической активности на ГПТ оказывается того же порядка, что и солнечной. Оптимален выбор $d_{V\to T} = 1$ и $\Delta_{V\to T} = -1$, т.е. модель вида

$$T_t = a_0 + a_1 T_{t-1} + a_3 T_{t-3} + a_4 T_{t-4} + b_V V_t + \eta_t. \quad (5)$$

Наиболее четко это влияние выявляется при использовании данных за весь доступный период 1856–1999 гг. (рис. 3в). При этом величина $\frac{PI_{I\to T}}{\sigma_\xi^2} = 0.029$ и отличие от нуля значимо на уровне $p < 0.03$. Коэффициенты модели для этого периода: $a_0 = 0.25(\pm 0.14)$ K, $a_1 = 0.55(\pm 0.08)$, $a_3 = 0.11(\pm 0.10)$, $a_4 = 0.29(\pm 0.08)$, $b_V = -0.92(\pm 0.41)$ K.

Однако и учет вулканической активности не позволяет предсказать рост ГПТ именно в последние годы, а предсказывает лишь большие флуктуации около среднего уровня $\langle T_{1999}|C_0\rangle = 0.7(\pm 0.14)$ K. Согласно модели тренд в последние 20 лет отсутствует (рис. 3г). При условии $V_t = 0$ вместо настоящих данных модель предсказывает еще большие значения $\langle T_{1999}|V_t = 0\rangle = 1.5(\pm 0.16)$ K. Таким образом, долгосрочный эффект вулканической активности состоит в ограничении роста ГПТ. В 1965–1995 гг. вулканическая активность достаточно высока. Таким образом, объяснить рост ГПТ влиянием вулканической активности также не удается.

Влияние концентрации CO_2 на ГПТ оказывается значительно более существенным, чем влияние прочих факторов. Оптимален выбор $d_{n\to T} = 1$ и $\Delta_{n\to T} = 0$, так как при этом качественно схоже поведение модели с наблюдаемыми данными в отличие от $d_n > 1$:

$$T_t = a_0 + a_1 T_{t-1} + a_4 T_{t-4} + b_n n_{t-1} + \eta_t. \quad (6)$$

Наиболее четко воздействие выявляется при использовании данных за 1956–2004 гг. (рис. 3д). При этом $\frac{PI_{n \to T}}{\sigma_\xi^2} = 0.087$ и отличие от нуля значимо на уровне $p < 0.0002$. Коэффициенты $a_0 = -1.10(\pm 0.29)$ K, $a_1 = 0.46(\pm 0.08)$, $a_4 = 0.20(\pm 0.08)$, $b_n = 0.003(\pm 0.001)$ K/ppm.

Ансамбль реализаций двухкомпонентной модели при учете $n(t)$ за 1856–2004 гг. показывает, что эта модель точнее описывает наблюдаемый ряд, чем модели с учетом только солнечной или вулканической активности (рис. 3е). Кроме того, модель (6), построенная по данным для любого периода [1856–L] при $L > 1935$, дает практически те же результаты, т.е. корректно предсказывает рост ГПТ на интервале [L–2005], несмотря на то, что данные за период [L–2004] не использовались для ее построения.

Оценки долгосрочного эффекта CO_2 на рост ГПТ: $\langle T_{2005}|C_0\rangle - \langle T_{2005}|n_t = n_{1856}\rangle = 0.8$ K, $\langle \alpha_{1985-2005}|C_0\rangle - \langle \alpha_{1985-2005}|n_t = n_{1856}\rangle = 0.017 - 0 = 0.017$. Таким образом, согласно моделям (6) именно рост CO_2 объясняет наблюдаемый в последнее время рост ГПТ.

Аналогичны результаты многокомпонентного анализа с $M = 4$ в виде

$$T_t = a_0 + a_1 T_{t-1} + a_4 T_{t-4} + b_I I_{t-1} + b_V V_t + b_n n_{t-1} + \eta_t. \quad (7)$$

Улучшение прогноза $\frac{PI_{I,V,n \to T}}{\sigma_\xi^2}$ в зависимости от L представлено на рис. 4а. Оно статистически значимо на уровне $p < 0.05$ при $L > 1960$. Также были сделаны оценки коэффициентов b_I, b_V, b_n, характеризующих влияние различных факторов. На уровне 0.05 оказались значимо отличны от нуля только b_V, b_n, причем это уверенно выявляется для b_V только при $L > 1990$, а для b_n – при $L > 1980$. Низкая значимость оценки коэффициента b_I, который был значим при попарном анализе, может свидетельствовать о том, что влияние солнечной активности на ГПТ может учитываться через вариации $n(t)$.

В остальном результаты моделирования (значения коэффициентов и поведение моделей) оказываются практически одинаковыми для любых $L > 1940$. На рис. 4б представлены величины $\alpha_{1985-2005}$ для моделей (7), построенных в окне [1856–L] в сопоставлении с данными наблюдений (горизонтальная штриховая линия). Интервалы показывают 95% распределения значений по ансамблю из 100 рядов. Начиная с $L = 1941$ (вертикальная штриховая линия) модели верно описывают поведение ГПТ в 1985–2005 гг.

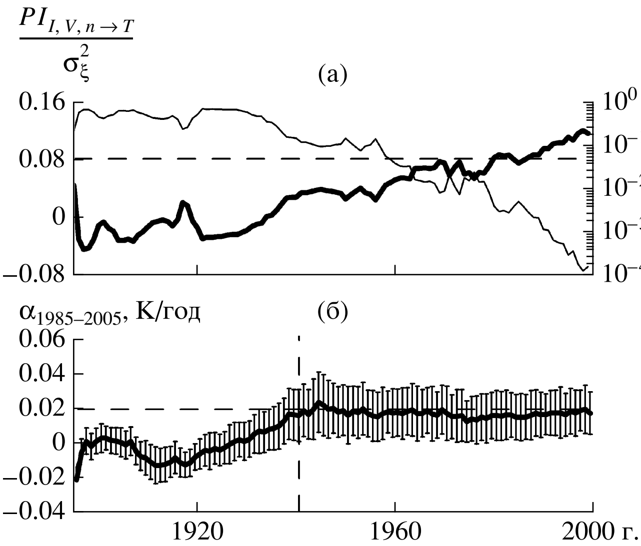

Рис. 4. Результаты моделирования ГПТ при $M = 4$ в зависимости от координаты конца временного окна L: а – улучшение прогноза (жирная линия) и уровень значимости (тонкая линия; штриховая линия – уровень 0.05); б – средние значения оценки тренда, полученные по ансамблю реализаций модели (7), и 95%-ные интервалы распределений оценки. Горизонтальная штриховая линия – оценка по данным наблюдений, вертикальная – минимальная величина L, начиная с которой модели верно описывают наблюдаемые характеристики ГПТ.

Об относительном вкладе трех факторов можно судить по оценке долгосрочного эффекта, которая аналогична результатам попарного анализа: только гипотетическое условие отсутствия роста $n(t)$ ведет к отсутствию тренда ГПТ, а вариации солнечной и вулканической активности не дают этого эффекта.

Оценка же относительного вклада по Грейнджеру, например, при моделировании по интервалу 1856–1985 гг., дает общее улучшение прогноза $\frac{PI_{I,V,n \to T}}{\sigma_T^2} = 0.077$, а частные улучшения при $M = 2$: $\frac{PI_{I \to T}}{\sigma_\xi^2} = 0.028$, $\frac{PI_{V \to T}}{\sigma_\xi^2} = 0.012$, $\frac{PI_{n \to T}}{\sigma_\xi^2} = 0.053$. Так что согласно и этому анализу вклад CO_2 наиболее существен.

В целом оценки причинности по Грейнджеру свидетельствуют о статически значимом на уровне $p < 0.05$ влиянии на глобальную приповерхностную температуру всех трех анализировавшихся факторов. Наиболее существенно влияние антропогенного фактора (содержания CO_2 в атмосфере), в то время как влияние двух естественных факторов, солнечной и вулканической активности, в несколько раз слабее. Согласно полученным оценкам долгосрочного воздействия антропогенный фактор является определяющим фактором современного роста ГПТ – при неизменном содержании CO_2 в атмосфере (на уровне 1856 г.) отмеченного роста ГПТ за последнее столетие не наблюдалось бы. При этом вариации солнечной и вулканической активности не приводят к существенным изменениям тренда ГПТ. Следует отметить, что при оценке сравнительной роли различных факторов в изменениях климата необходим также учет естественных климатических циклов (собственных циклов климатической системы) наряду с долгопериодными внешними воздействиями естественного и антропогенного характера.

Работа выполнена при поддержке Российского фонда фундаментальных исследований (гранты 07–05–00381, 08–05–00532) и программ РАН.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Climate Change 2007. The Physical Science Basis. Contribution of Working Group I to the Fourth Assessment Report of the Intergovernmental Panel on Climate Change / S. Solomon. Eds. Cambridge: Cambridge Univ. Press. 2007. 996 p.
2. *Moore J., Grinsted A., Jevrejeva S.* // Geophys. Res. Lett. 2006. V. 33. L17705. doi:10.1029/2006GL026501.
3. *Verdes P.F.* // Phys. Rev. Lett. 2007. V. 99. 048501.
4. *Мохов И.И., Безверхний В.А., Елисеев А.В., Карпенко А.А.* // Космич. исслед. 2008. Т. 46. № 4. С. 363–367.
5. *Granger C.W.J.* // Econometrica. 1969. V. 37. P. 424–438.
6. *Ancona N., Marinazzo D., Stramaglia S.* // Phys. Rev. E. 2004. V. 70. 056221.
7. *Mokhov I.I., Smirnov D.A.* // Geophys. Res. Lett. 2006. V. 33. L0378. doi:10.1029/2005GL024557.
8. *Мохов И.И., Смирнов Д.А.* // Изв. РАН. ФАО. 2008. Т. 44. С. 283–293.
9. *Smirnov D.A., Mokhov I.I.* // Phys. Rev. E. 2009. In press.
10. Climate Research Unit. University of East Anglia. http://www.cru.uea.ac.uk
11. *Lean J., Rottman G., Harder J., Kopp G.* // Solar Phys. 2005. V. 230. P. 27–53.
12. *Sato M., Hansen J.E., McCormick M.P., Pollack J.B.* // J. Geophys. Res. 1993. V. 98. P. 22987–22994.
13. *Conway J., Tans P.P., Waterman L.S. et al.* // J. Geophys. Res. 1994. V. 99. P. 22831–22855.
14. *Себер Дж.* Линейный регрессионный анализ. М.: Мир, 1974.
15. *Hlavackova-Schindler K., Palus M., Vejmelka M., Bhattacharya J.* // Phys. Rept. L. 2007. V. 441. P. 1–46.