

ОЦЕНКА ХАРАКТЕРИСТИК АВТОКОЛЕБАТЕЛЬНЫХ СИСТЕМ С ЗАПАЗДЫВАНИЕМ В ПЕРИОДИЧЕСКОМ РЕЖИМЕ

В.И. Пономаренко, М.Д. Прохоров, Е.П. Селезнев

Предложен метод восстановления систем с запаздыванием, находящихся в периодическом режиме колебаний. Метод основан на анализе отклика этих систем на слабое периодическое импульсное воздействие. Показано, что при помощи слабого внешнего воздействия предложенный метод позволяет восстановить время задержки в кольцевой автоколебательной системе с запаздыванием и определить порядок модельного дифференциального уравнения с запаздывающим аргументом.

Автоколебательные системы с запаздывающей обратной связью широко распространены в природе и технике [1]. Их распространенность обусловлена тем, что запаздывание реакции на сигнал и обратная связь с запаздыванием присущи многим физическим, химическим и биологическим объектам и процессам. В последние годы внимание многих исследователей привлекает задача определения параметров систем с запаздыванием по экспериментальным временным рядам. Для решения этой задачи были предложены различные методы, позволяющие восстановить модельные уравнения систем с запаздыванием по временным рядам хаотических колебаний этих систем [2–9]. Однако в случаях, когда системы с запаздыванием находятся в периодических режимах, эти методы оказываются неэффективными. Вместе с тем, задача оценки времени задержки и остальных управляющих параметров системы с запаздыванием по периодическому временному ряду является актуальной, поскольку многие практически важные системы с запаздыванием функционируют в периодических или близких к периодическим режимам [10]. Например, близки к периодическим колебания артериального давления в сердечно-сосудистой системе человека, характеризующейся наличием запаздывающих обратных связей [11], и колебания многих других физиологических систем [12]. В данной работе мы предлагаем метод определения параметров систем с запаздыванием, совершающих периодические колебания.

В основе предлагаемого метода лежит исследование отклика системы с запаздыванием на внешнее воздействие. Если внешнее воздействие достаточно сильное, то оно приводит к возникновению переходного процесса. В результате, движение системы проходит в более широкой области фазового пространства, что позволяет получить дополнитель-

ную информацию о динамике системы и может помочь восстановить ее параметры [13]. Однако во многих случаях сильное воздействие на систему является нежелательным, так как может привести к ее разрушению или существенному изменению поведения. В этих случаях более предпочтительным оказывается воздействие слабым сигналом. Нами предлагается методика оценки характеристик автоколебательных систем с запаздыванием, заключающаяся в воздействии на систему слабым периодическим импульсным сигналом. Поскольку при слабом воздействии на систему шумы могут быть соизмеримы по величине с сигналом воздействия, при анализе отклика системы будем использовать метод накопления [14].

Рассмотрим кольцевую автоколебательную систему с запаздыванием, состоящую из линии задержки, нелинейного элемента и фильтра (рис. 1, *а*) совершающую периодические автоколебания $x(t)$ с периодом T_a (рис. 1, *б*). Будем воздействовать на систему внешним сигналом $y(t)$, представляющим собой прямоугольные радиоимпульсы с линейно увеличивающейся частотой заполнения (рис. 1, *в*). Период заполнения при этом всегда остается намного меньше периода колебаний T_a , а период следования радиоимпульсов T_p значительно превышает предварительную оценку времени запаздывания системы (время задержки всегда меньше $T_a/2$). Вид модельного уравнения, описывающего такую систему, определяется параметрами фильтра и тем, в какой точке внешний сигнал вводится в кольцевую систему с запаздыванием. В случае, когда фильтр состоит из трех последовательно соединенных низкочастотных фильтров первого порядка, а сигнал $y(t)$ вводится в систему между фильтром и линией задержки (рис. 1, *а*), рассматриваемая автоколебательная система описывается дифференциальным уравнением третьего порядка с запаздыванием:

$$\varepsilon_3 \ddot{x}(t) + \varepsilon_2 \dot{x}(t) + \varepsilon_1 x(t) = -x(t) + f(x(t-\tau) + y(t-\tau)), \quad (1)$$

где τ — время запаздывания, $\varepsilon_1, \varepsilon_2, \varepsilon_3$ — параметры, характеризующие инерционные свойства системы, а f — нелинейная функция. Если в качестве фильтра используется двухзвенный фильтр, то $\varepsilon_3 = 0$, а в случае однозвенного фильтра $\varepsilon_2 = \varepsilon_3 = 0$ и модельное уравнение принимает вид уравнения с запаздыванием первого порядка. Так как нас интересует периодический режим колебаний системы, мы выбрали сигмоидную нелинейную функцию

$$f(x) = \frac{c}{\left(1 + a \exp\left[-b(x - x^*)\right]\right)} - \frac{c}{\left(1 + a \exp\left[b(x - x^*)\right]\right)}, \quad (2)$$

обеспечивающую устойчивые периодические колебания в широком диапазоне изменения управляющих параметров. Исследования проводились при времени задержки $\tau=120$ с, частоте среза фильтров $f_F=0.0032$ Гц и параметрах нелинейной функции $a=1$, $b=2$, $c=-2$, $x^*=0.5$. Радиоимпульсы имели амплитуду $A=0.05$, период следования $T_p=2000$ с, длительность 1000 с и частоту заполнения f_r , линейно изменяющуюся от 0.01 Гц до 0.04 Гц. Амплитуда колебаний в автогенераторе была близка к 1, а период колебаний T_a принимал значения 320 с, 410 с и 510 с для систем первого, второго и третьего порядка, соответственно.

Следует отметить, что для линейных систем существует ряд методов, позволяющих определить их характеристики (импульсную, фазо-частотную и амплитудно-частотную) по отклику системы на некоторое воздействие [15]. При применении аналогичных подходов к нелинейным автоколебательным системам необходимо разделять собственную динамику системы (в данном случае это периодическое поведение автогенератора) и отклик на тестирующий импульс. Поэтому, сигналы внешнего воздействия и автоколебаний фильтровались высокочастотным фильтром высокого порядка с частотой среза $f_c=0.01$ Гц, намного большей основной частоты автоколебаний $f_a=1/T_a$, но не превышающей частоту заполнения радиоимпульса f_r . Затем проводилось сложение участков временного ряда отфильтрованных автоколебаний, начала которых соответствуют началам радиоимпульса (рис. 2, а). Такой подход, основанный на методе накопления, позволяет существенно увеличить амплитуду импульса, прошедшего по кольцу обратной связи, так как сложение высокочастотных радиоимпульсов происходит в одинаковой фазе. Собственные колебания системы, напротив, складываются в разных фазах и компенсируют друг друга. В результате, удается выделить слабый сигнал воздействия в отклике системы даже при наличии шумов, которые имеют случайные амплитуды разного знака и при наложении стремятся к нулю при увеличении числа складываемых участков ряда. На следующем шаге строилась взаимная корреляционная функция сигналов воздействия $y(t)$ и отклика $z(t)$ системы:

$$C(s) = \frac{\langle y(t)z(t+s) \rangle}{\sqrt{\langle y(t)^2 \rangle \langle z(t)^2 \rangle}}, \quad (3)$$

где угловые скобки обозначают усреднение по времени. По ее виду можно определить время запаздывания и порядок фильтра в цепи обратной связи системы с задержкой.

Рассмотрим изменения, которые претерпевает тестовый сигнал воздействия $y(t)$, проходя по кольцу обратной связи системы с запаздыванием (рис. 1, а). Во-первых, он за-

держивается линией задержки. Взаимная корреляционная функция между сигналом $y(t)$ и откликом, выделенным из автоколебаний после линии задержки, будет иметь максимум, сдвинутый относительно нуля на время задержки. Во-вторых, тестовый сигнал проходит через нелинейный элемент. Так как нелинейная функция (2) имеет отрицательный наклон, нелинейный элемент изменяет фазу сигнала на π [16]. Это приводит к тому, что взаимная корреляционная функция между сигналом $y(t)$ и откликом, выделенным из автоколебаний после нелинейного элемента, вместо максимума будет иметь минимум на времени задержки. В-третьих, тестовый сигнал проходит через фильтр, который изменяет фазу сигнала, причем, поскольку частота f_r сигнала $y(t)$ больше частоты среза фильтра в цепи обратной связи f_r , то сдвиг фазы для всего радиоимпульса с переменной частотой заполнения почти одинаков для начала и конца импульса. Для фильтра первого порядка изменение фазы сигнала составляет около $-\pi/2$. В результате, взаимная корреляционная функция сигналов воздействия и отклика системы сдвигается относительно нуля таким образом, что времени запаздывания соответствует положение нуля корреляционной функции $C(s)$, расположенного слева от самого глубокого минимума (рис. 2, б). Для фильтра второго порядка дополнительный сдвиг фазы составляет почти $-\pi$, а значит, в этом случае времени задержки вновь соответствует положение максимума взаимной корреляционной функции сигналов воздействия и отклика системы (рис. 2, в). Для фильтра третьего порядка дополнительный сдвиг фазы составляет почти $-3\pi/2$. При этом время запаздывания определяется положением нуля корреляционной функции (3), расположенным слева от самого большого максимума (рис. 2, г). Заметим, что фильтр высоких частот не изменяет фазовые соотношения между сигналом воздействия и откликом системы, поскольку оба этих сигнала проходят через одинаковые фильтры.

Оценить время задержки и порядок фильтра в цепи обратной связи системы с запаздыванием можно не только по виду взаимной корреляционной функции сигналов воздействия и отклика системы, но и по виду самого отклика системы на внешнее воздействие. На рис. 2 а, в и д приведен накопленный за 100 наложений отклик системы с запаздыванием первого, второго и третьего порядка, соответственно, на внешнее воздействие. Задержка отклика позволяет оценить время запаздывания системы. С ростом частоты заполнения тестового радиоимпульса хорошо заметно уменьшение амплитуды отклика. Свойства такого поведения отклика определяются амплитудно-частотной характеристикой фильтра. Ослабление сигнала вне области пропускания низкочастотного фильтра увеличивается со скоростью примерно $-6n$ дБ/октава, где n — порядок фильтра [15]. Мы получили следующую оценку уменьшения амплитуды: 7.5 дБ/октава для рис. 2, а, 13.5 дБ/октава для

рис. 2, в и 16.8 дБ/октава для рис. 2, д, что позволяет уверенно определить порядок фильтра и модельного уравнения.

При тестировании метода в присутствии как аддитивного, так и динамического шума, дисперсия которого до 40 раз превышала дисперсию радиоимпульса, мы получили результаты, качественно подобные представленным. При дальнейшем увеличении уровня шума требовалось суммировать большее число откликов системы на тестирующий импульс для выделения слабого сигнала воздействия в отклике системы методом накопления.

Предложенный метод позволяет оценить время задержки и порядок модельного дифференциального уравнения с запаздыванием и в случае, когда система с запаздыванием находится в хаотическом режиме колебаний. Однако, в отличие от известных методов восстановления систем с запаздыванием по хаотическим временным рядам [2–9], такой подход связан с оказанием на систему внешнего воздействия, что не всегда является возможным.

Таким образом, нами предложен и апробирован на системах с запаздыванием первого, второго и третьего порядка метод оценки времени задержки и порядка модельного дифференциального уравнения с запаздыванием для автоколебательных систем с запаздыванием, находящихся в периодическом режиме колебаний.

Работа выполнена при поддержке РФФИ, гранты № 07–02–00589 и № 08–02–00081.

*Саратовский филиал Института радиотехники и электроники РАН, Саратов,
e-mail: sbire@sgu.ru*

Библиографический список

1. *Hale J.K., Lunel S.M.V.* Introduction to Functional Differential Equations, New York, Springer, 1993.
2. *Bünner M.J., Popp M., Meyer Th., Kittel A., Rau U., Parisi J.* Recovery of scalar time-delay systems from time series // *Phys. Lett. A.* 1996. Vol. 211. P. 345.
3. *Voss H., Kurths J.* Reconstruction of non-linear time delay models from data by the use of optimal transformations // *Phys. Lett. A.* 1997. Vol. 234. P. 336.
4. *Hegger R., Bünner M.J., Kantz H., Giaquinta A.* Identifying and modeling delay feedback systems // *Phys. Rev. Lett.* 1998. Vol. 81. P. 558.
5. *Bezruchko B.P., Karavaev A.S., Ponomarenko V.I., Prokhorov M.D.* Reconstruction of time-delay systems from chaotic time series // *Phys. Rev. E.* 2001. Vol. 64. 056216.
6. *Horbelt W., Timmer J., Voss H.U.* Parameter estimation in nonlinear delayed feedback systems from noisy data // *Phys. Lett. A.* 2002. Vol. 299, P. 513.
7. *Udaltsov V.S., Larger L., Goedgebuer J.P., Locquet A., Citrin D.S.* Time delay identification in chaotic cryptosystems ruled by delay-differential equations // *J. of Optical Technology.* 2005. Vol. 72. P. 373.
8. *Ortin S., Gutierrez J.M., Pesquera L., Vasquez H.* Nonlinear dynamics extraction for time-delay systems using modular neural networks synchronization and prediction // *Physica A.* 2005. Vol. 351. P. 133.
9. *Prokhorov M.D., Ponomarenko V.I., Karavaev A.S., Bezruchko B.P.* Reconstruction of time-delayed feedback systems from time series // *Physica D.* 2005. Vol. 203. P. 209.
10. *Рубаник В.П.* Колебания квазилинейных систем с запаздыванием, Москва, Наука, 1969.
11. *Ringwood J.V., Malpas S.C.* Slow oscillations in blood pressure via a nonlinear feedback model // *Am. J. Physiol. Regulatory Integrative Comp. Physiol.* 2001. Vol. 280. P. 1105.
12. *Bocharov G.A., Rihan F.A.* Numerical modelling in biosciences using delay differential equations // *J. Comp. Appl. Math.* 2000. Vol. 125. P. 183.
13. *Bezruchko B.P., Dikanov T.V., Smirnov D.A.* Role of transient processes for reconstruction of model equations from time series // *Phys. Rev. E.* 2001. Vol. 64. 036210.
14. *Харкевич А.А.* Борьба с помехами, Москва, Наука, 1965.
15. *Баскаков С.И.* Радиотехнические цепи и сигналы, Москва, Высшая школа, 2000.
16. *Войшвилло Г.В.* Усилительные устройства, Москва, Радио и связь, 1983.

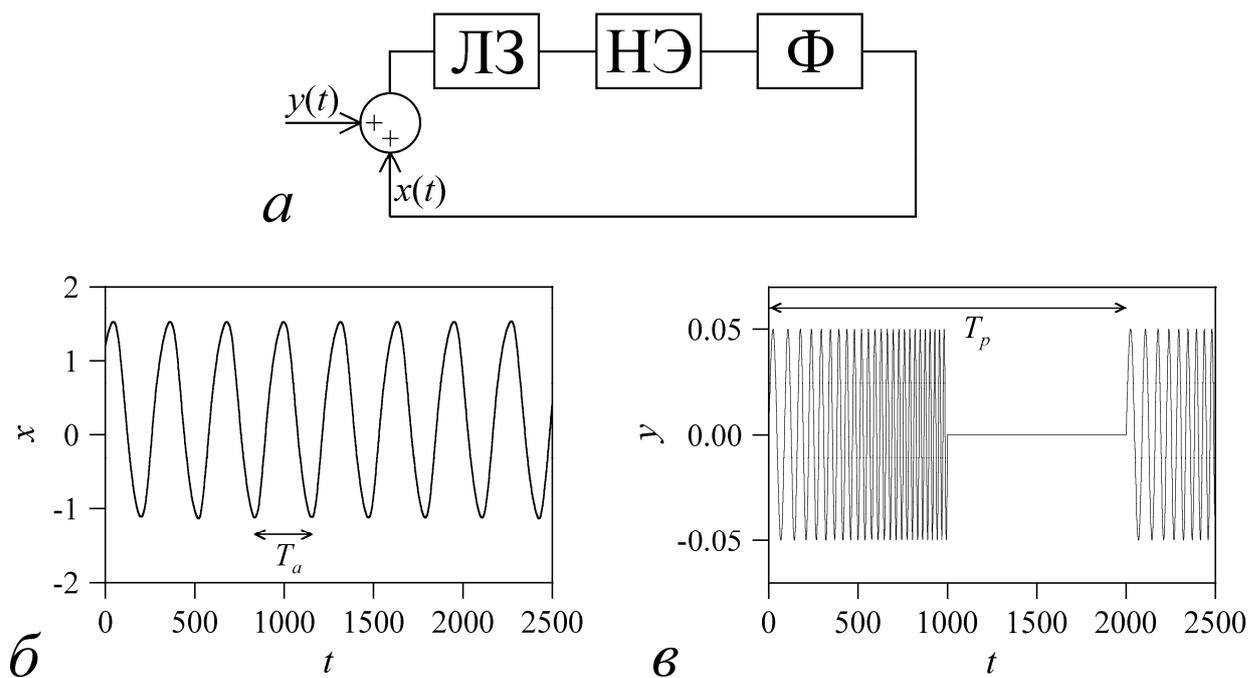


Рис. 1. *a* — блок-схема кольцевой автоколебательной системы с запаздывающей обратной связью под внешним воздействием. ЛЗ — линия задержки, НЭ — нелинейный элемент, Ф — фильтр; *б* — временная реализация периодических автоколебаний системы; *в* — временная реализация внешнего периодического импульсного сигнала с линейно увеличивающейся частотой заполнения.

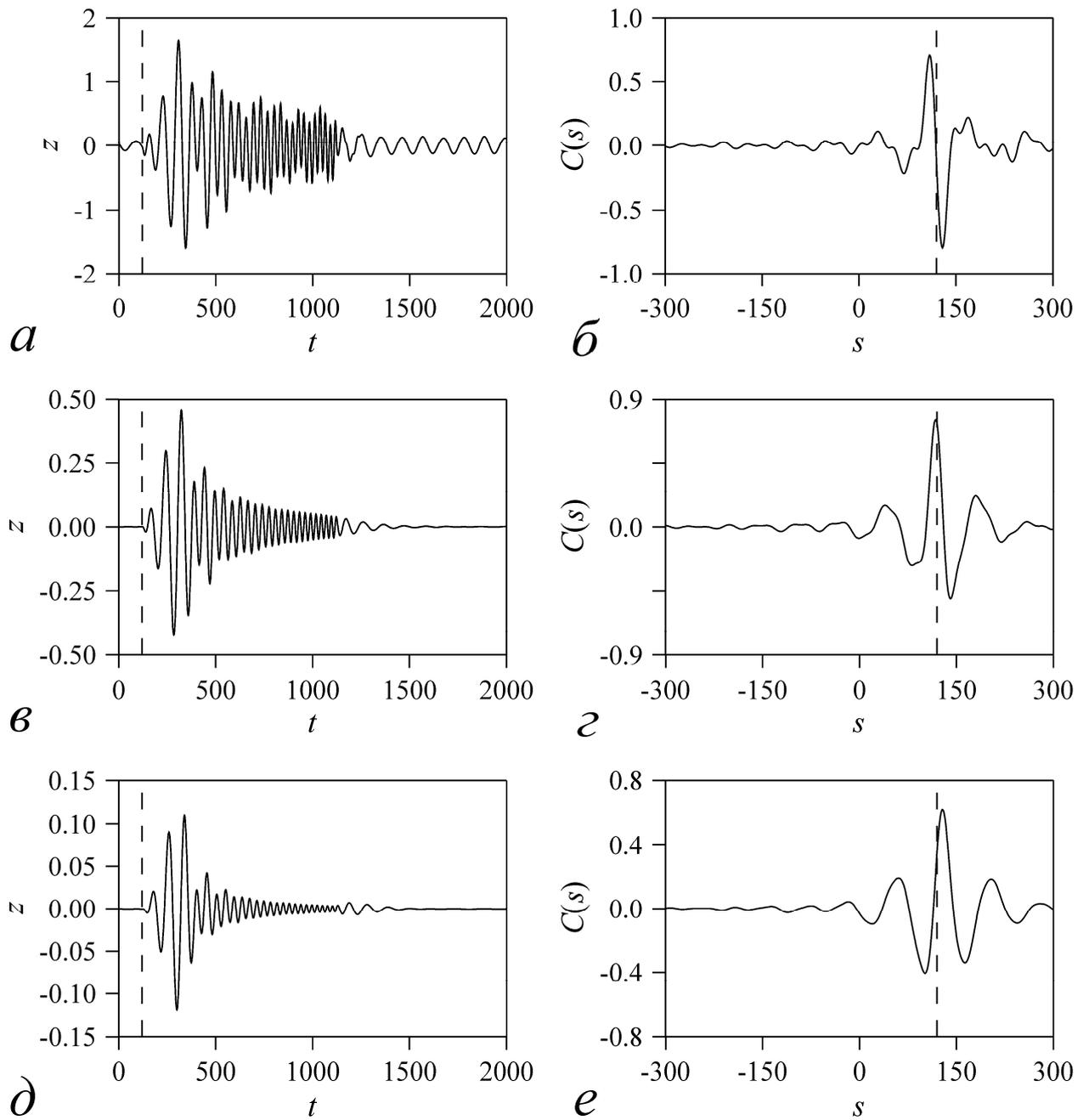


Рис. 2. Накопленный за 100 наложений отклик системы с запаздыванием на периодическое импульсное воздействие для системы (*a*) первого, (*в*) второго и (*д*) третьего порядка. Взаимная корреляционная функция сигналов воздействия и отклика системы с запаздыванием (*б*) первого, (*г*) второго и (*е*) третьего порядка. Пунктирными линиями показано время, соответствующее времени задержки $\tau = 120$ с.