

09

## **Изучение синхронизации автоколебаний по универсальным данным при изменении частоты внешнего воздействия с использованием вейвлетного анализа**

© А.А. Короновский, В.И. Пономаренко, М.Д. Прохоров,  
А.Е. Храмов

Саратовский государственный университет им. Н.Г. Чернышевского  
E-mail: aeh@nonlin.sgu.ru

Саратовский филиал Института радиотехники и электроники РАН  
E-mail: vip@sgu.ru

*Поступило в Редакцию 20 декабря 2005 г.*

Предложен метод, основанный на непрерывном вейвлетном преобразовании, который позволяет диагностировать наличие синхронизации колебаний генератора внешним воздействием с линейной модуляцией частоты по универсальным данным. Эффективность метода демонстрируется на примере генератора Ван-дер-Поля и экспериментальных физиологических данных.

PACS: 05.45.xt

Хорошо известно, что взаимодействие между нелинейными колебательными системами различной природы, в том числе демонстрирующими хаотическое поведение, может привести к их синхронизации [1]. Особый интерес в последние годы вызывает исследование синхронизации в живых организмах, жизнедеятельность которых обусловлена взаимодействием большого числа сложных ритмических процессов [2,3]. Ярким примером такого взаимодействия между различными физиологическими ритмами является функционирование сердечно-сосудистой системы (ССС) человека. Сравнительно недавно было обнаружено, что основные ритмы ССС могут быть синхронизованы между собой [4-6]. Было также установлено, что система регуляции кровяного давления может рассматриваться как автогенератор под внешним воздействием, в качестве которого выступает дыхание [6,7].

В наших работах [8–10] был предложен новый метод, основанный на непрерывном вейвлетном преобразовании, который позволяет диагностировать наличие синхронизации колебаний автогенератора внешним воздействием с линейной модуляцией частоты и отличить эту ситуацию от случая просачивания внешнего сигнала в автоколебания, под которым понимается суммирование сигналов без изменения частоты автоколебаний. Эффективность нового метода была показана на примере модифицированного генератора Ван-дер-Поля и экспериментальных физиологических данных по синхронизации сердечного ритма человека дыханием, частота которого изменяется линейно со временем. Для диагностики синхронизации или просачивания в этих работах нами использовались временные ряды внешнего воздействия (в физиологическом эксперименте — дыхания) и отклика генератора (в эксперименте — R–R интервалов, извлекаемых из электрокардиограммы (ЭКГ)). В частности, было показано, что существует возможность синхронизации колебаний ССС с частотой 0.1 Hz (мэйеровская волна) дыханием, и также была определена область синхронизации при изменении частоты. Отметим, что применительно к анализу результатов физиологических экспериментов особый интерес вызывает возможность использования унивариантных данных для диагностики синхронизации между ритмами [11–14]. Поэтому в данной работе мы рассматриваем модификацию ранее предложенного нами метода для диагностики синхронизации по скалярному временному ряду (например, только по ряду R–R интервалов в физиологическом эксперименте).

Для анализа синхронизации используется подход, получивший название синхронизации временных масштабов и основанный на введении множества фаз  $\varphi_s(t)$ , соответствующих временным масштабам  $s$  анализируемого временного ряда, которое определяется с помощью непрерывного вейвлетного преобразования  $W(s, t) = |W_s(t)| \exp[\varphi_s(t)]$  с комплексным базисом (см. подробнее работы [15–17]). В качестве материнского вейвлета используется Морлет-вейвлет  $\psi_0(\eta) = (1/\sqrt[4]{\pi}) \exp(j\sigma\eta) \exp(-\eta^2/2)$  [18]. Выбор значения параметра вейвлета  $\sigma = 2\pi$  обеспечивает соотношение  $s = 1/f$  между временным масштабом  $s$  вейвлетного преобразования и частотой  $f$  преобразования Фурье.

В качестве исследуемой теоретической модели, следуя [8–10], выберем асимметричный генератор Ван-дер-Поля под внешним периодиче-

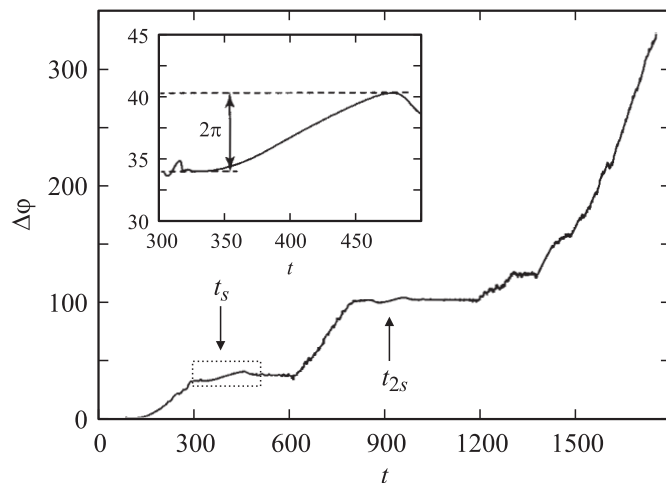
ским воздействием:

$$\ddot{x} - \mu(1 - \alpha x - x^2)x + \Omega^2 x = K \sin(\omega_L t), \quad (1)$$

где параметры  $\mu = 1.0$  и  $\Omega = 0.24\pi$ ,  $K$  — амплитуда внешнего воздействия, а частота  $\omega_L$  внешнего воздействия меняется линейным образом во времени по закону  $\omega_L = 2\pi(0.03 + (0.2 - 0.03)t/T)$ , где  $t$  — текущее время,  $T = 1800$  — максимальное время расчета. Данные параметры выбраны для удобства сравнения с результатами физиологического эксперимента. Параметр  $\alpha = 0$  соответствует классическому генератору Ван-дер-Поля, который характеризуется симметричным предельным циклом. Нами в качестве модели для анализа синхронизации физиологических процессов в ССС рассматривается модель модифицированного генератора Ван-дер-Поля с квадратичной нелинейностью ( $\alpha = 1$ ). В этом случае в спектре мощности присутствуют как четные, так и нечетные гармоники основной частоты  $f_0$ , что более характерно для реальной системы.

Основная идея предлагаемого нами метода анализа синхронизации по универсальным данным (скалярному временному ряду) заключается в том, чтобы рассматривать временную зависимость разности фаз  $\Delta\phi(t) = \varphi_s(t) - \varphi_{s2}(t)/2$ , соответствующих первой ( $\varphi_s(t)$ ) и второй ( $\varphi_{s2}(t)$ ) гармоникам анализируемого сигнала. Частота внешнего сигнала линейно растет с течением времени, проходя через области синхронизации  $(1:1)$ ,  $(1:2)$ , ...,  $(1:n)$  и т.д. Внутри области синхронизации  $1:1$  при движении от одного края клюва синхронизации к другому форма сигнала изменяется, что говорит об изменении разности фаз между 1 и 2 гармониками. Если амплитуды гармоник достаточны для того, чтобы корректно определить фазу с помощью вейвлетного преобразования, то в случае отсутствия синхронизации разность фаз 1-й и 2-й гармоник остается неизменной. В случае наличия синхронизации изменение частоты внешнего сигнала приводит к изменению разности фаз  $\Delta\phi(t)$ . Аналогичная ситуация наблюдается и в других областях синхронизации  $1:n$ .

Для введения фаз  $\varphi_s(t)$  и  $\varphi_{s2}(t)$  первой и второй гармоник сигнала используется вышеназванный подход, основанный на вейвлетном преобразовании сигналов. Разность фаз  $\Delta\phi(t)$  строится вдоль временного масштаба  $s_L(t) = 2\pi/\omega_L(t)$ , соответствующего линейно растущей частоте  $\omega_L(t)$  внешнего сигнала.



**Рис. 1.** Динамика разности фаз  $\Delta\phi(t)$  между первой и второй гармониками линейно растущей частоты  $\omega_L/2\pi$  сигналов  $x(t)$  асимметричного генератора Ван-дер-Поля при амплитуде внешнего воздействия  $K = 0.2$ . На врезке показан увеличенный фрагмент, выделенный рамкой.

Полученные результаты расчета временной зависимости разности фаз  $\Delta\phi(t)$  между первой и второй гармоникой сигнала  $x(t)$  модели асимметричного генератора Ван-дер-Поля представлены на рис. 1. Из рис. 1 видно, что вблизи момента времени  $t = t_s$  (отмечен на рисунке стрелкой), когда частота внешнего сигнала близка к автономной частоте автоколебаний  $\omega_L(t_s) \approx \Omega$ , на временной зависимости разности фаз  $\Delta\phi(t)$  наблюдается монотонный рост фазы на величину  $2\pi$  (последнее хорошо видно на врезке на рис. 1). Последнее свидетельствует о наличии синхронизации колебаний в данном случае.

Заметим, что аналогичная картина динамики фазы наблюдается в момент времени  $t = t_{2s}$  (также отмечен на рис. 1 стрелкой), когда имеет место близость частоты внешнего сигнала и частоты второй гармоники генератора Ван-дер-Поля:  $\omega_L(t_{2s}) \approx 2\Omega$ .

Таким образом, наличие на зависимостях разности фаз  $\Delta\phi(t)$  в моменты времени  $t_s$ , когда частота внешнего сигнала близка к частоте автономных колебаний (или ее гармоник), участков монотонного из-

менения  $\Delta\phi$  на величину кратную  $\pi$  означает наличие синхронизации колебаний генератора.

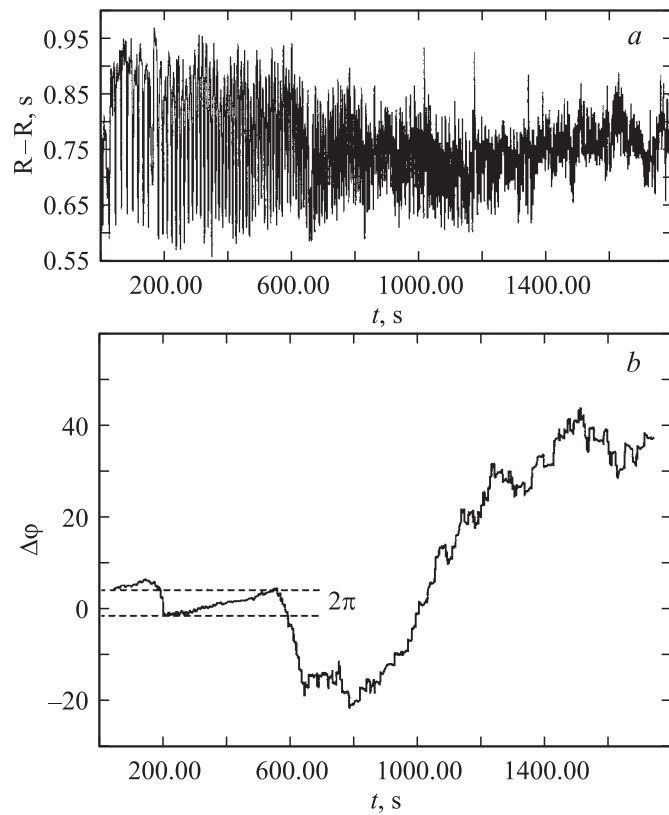
Следует отметить, что для детектирования наличия синхронизации колебаний по разности фаз между 1-й и 2-й гармониками принципиально применение сигнала с переменной частотой. Действительно, если внешний сигнал характеризуется постоянной частотой, то, очевидно, разность фаз  $\Delta\phi(t)$  остается постоянной во времени. Аналогичная ситуация наблюдалась бы и в случае отсутствия синхронизации.

Рассмотрим теперь анализ физиологических временных рядов, порождаемых сердечно-сосудистой и дыхательной системами человека. Мы исследовали 7 здоровых мужчин в возрасте от 20 до 34 лет, добровольно участвовавших в эксперименте. Все они имели средний уровень физической активности. Электрокардиограммы (ЭКГ) и дыхание записывались одновременно в положении сидя. Все сигналы снимались с частотой 250 Hz при 16-разрядном разрешении, а затем обрабатывались на компьютере.

С каждым испытуемым проводился эксперимент, в котором испытуемый дышал по заданному ритму с переменной частотой  $f_b$  от 0.05 до 0.3 Hz. Темп дыхания задавался импульсным звуковым сигналом с длительностью 0.5 s. В момент появления звукового сигнала испытуемый делал вдох. Проведенные исследования [8–10] показали, что синхронизация ритмов дыхания и ССС наблюдается в интервале времени  $t_s \in (200, 600)$  s, что соответствует диапазону частот внешнего воздействия  $f_L \in (0.078, 0.13)$  Hz.

Выделяя из ЭКГ последовательность R–R интервалов, т.е. ряд временных интервалов  $T_i$  между двумя последовательными R-пиками, мы получаем информацию о вариабельности сердечного ритма. На рис. 2, *a* показан анализируемый временной ряд R–R интервалов, полученный для дыхания с линейно растущей частотой. Отметим, что временной интервал  $T_i$  между отдельными отсчетами в ряде R–R интервалов не постоянен, поэтому была разработана методика осуществления непрерывного вейвлетного преобразования временного ряда с неэквидистантными временными отсчетами.

На рис. 2, *b* представлены зависимости разности фаз между временным масштабом  $s_L(t) = 1/f_L(t)$ , временным масштабом, соответствующим сигналу дыхания с линейно возрастающей частотой, и второй гармоникой  $s_{2L}(t) = 1/(2f_L(t))$  в ряде R–R интервалов. Из рисунка видно, что для разности фаз  $\Delta\phi(t)$  в диапазоне от 200 до 600 s



**Рис. 2.** Временной ряд R–R интервалов при дыхании с линейно растущей частотой (а); динамика разности фаз  $\Delta\phi(t)$  между первой и второй гармониками линейно изменяющейся частоты  $f_b(t)$ , построенная для ряда R–R интервалов.

фаза в среднем изменяется почти по линейному закону (отмечено на рис. 2, *b* штриховыми линиями), что говорит о режиме синхронизации в соответствующем диапазоне частот. За пределами синхронизации разность фаз быстро изменяется, что говорит об отсутствии режима синхронизации в системе. Из этого факта можно сделать вывод, что в диапазоне от 200 до 600 с динамика дыхания, проявляющегося в сигнале R–R интервалов, влияет на внутренний ритм мэйеровской волны с

частотой 0.1 Hz, в то время как за пределами этого диапазона в сигнале R–R интервалов наблюдается просто ритм дыхания и его взаимодействие с ритмом мэйеровской волны не прослеживается. Аналогичные результаты были получены при анализе экспериментальных данных других испытуемых.

Таким образом, представленные численные и экспериментальные результаты показывают, что существует возможность диагностики наличия внешней синхронизации автоколебаний, используя единственный скалярный временной ряд, характеризующий отклик автоколебательной системы на внешнее воздействие с изменяющейся частотой. Необходимым условием работоспособности предложенного метода является возможность изменения частоты внешнего воздействия. Предлагаемый метод может быть использован в других экспериментах на физиологических системах для диагностики синхронизации по универсальным данным в тех случаях, когда условия проведения эксперимента позволяют изменять частоту воздействия на систему.

Работа поддержана РФФИ (№ 05-02-16305, 05-02-16273), CRDF (Grant N REC-006). А.Е. Храмов и А.А. Короновский благодарят ФНП „Династия“, М.Д. Прохоров благодарит INTAS, Grant N 03-55-920.

## Список литературы

- [1] *Pikovsky A., Rosenblum M., Kurths J.* Synchronization: a universal concept in nonlinear sciences. Cambridge: Cambridge University Press, 2001.
- [2] *Glass L.* // Nature (London). 2001. V. 410. P. 277–284.
- [3] *Mosekilde E., Maistrenko Yu., Postnov D.* Chaotic synchronization, applications to living systems. Ser. A. V. 42. Singapore: World Scientific, 2002.
- [4] *Schäfer C., Rosenblum M.G., Abel H.-H., Kurths J.* // Phys. Rev. E. 1999. V. 60. P. 857–870.
- [5] *Bračič-Lotrič M., Stefanovska A.* // Physica A. 2000. V. 283. P. 451–461.
- [6] *Prokhorov M.D., Ponomarenko V.I., Gridnev V.I., Bodrov M.B., Bespyatov A.B.* // Phys. Rev. E. 2003. V. 68. P. 041 913.
- [7] *Rzeczinski S., Janson N.B., Balanov A.G., McClintock P.V.E.* // Phys. Rev. E. 2002. V. 66. P. 051 909.
- [8] *Hramov A.E., Koronovskii A.A., Ponomarenko V.I., Prokhorov M.D.* // Proceedings of Int. Symposium „Topical Problems of Nonlinear Wave Physics“. Part 1. Nonlinear Dynamics: Theory and Applications / Ed. by V. Nekorkin. St. Petersburg–N. Novgorod, Russia, 2–9 August, 2005. Nizhniy Novgorod, 2005. P. 33.

- [9] Короновский А.А., Пономаренко В.И., Прохоров М.Д., Храмов А.Е. // Радиотехника и электроника. 2006 (в печати).
- [10] Hramov A.E., Koronovskii A.A., Ponomarenko V.I., Prokhorov M.D. // Phys. Rev. E. 2006 (in press).
- [11] Janson N.B., Balanov A.G., Anishchenko V.S., McClintock P.V.E. // Phys. Rev. E. 2002. V. 65. P. 036 211.
- [12] Rossberg A.G., Bartholomé K., Voss H.U., Timmer J. // Phys. Rev. Lett. 2004. V. 93. P. 154 103.
- [13] Janson N.B., Balanov A.G., Anishchenko V.S., McClintock P.V.E. // Phys. Rev. E. 2002. V. 65. P. 036 212.
- [14] Ponomarenko V.I., Prokhorov M.D., Bespyatov A.B., Bodrov M.B., Gridnev V.I. // Chaos. Solitons & Fractals. 2005. V. 23. P. 1429.
- [15] Hramov A.E., Koronovskii A.A. // Chaos. 2004. V. 14 (3). P. 603–610.
- [16] Храмов А.Е., Короновский А.А., Левин Ю.И. // ЖЭТФ. 2005. Т. 127 (4). С. 886–897.
- [17] Hramov A.E., Koronovskii A.A. // Physica D. 2005. V. 206 (3–4). P. 252–264.
- [18] Короновский А.А., Храмов А.Е. Непрерывный вейвлетный анализ и его приложения. М.: Физматлит, 2003.