

07;08

## **Определение параметров полупроводникового лазера с оптической обратной связью по временным рядам**

© В.И. Пономаренко, М.Д. Прохоров, И.В. Корюкин

Саратовский филиал Института радиотехники и электроники РАН  
Институт прикладной физики РАН, Нижний Новгород  
E-mail: sbire@sgu.ru

Поступило в Редакцию 27 мая 2005 г.

Предложен новый метод определения управляющих параметров однододового полупроводникового лазера с оптической обратной связью по экспериментальному временному ряду колебаний интенсивности лазерного излучения. Метод основан на статистическом анализе специальным образом выбираемых точек временного ряда и хаотической синхронизации двух однонаправленно связанных лазеров при совпадении их параметров.

В последние годы большое внимание привлекает задача использования полупроводниковых лазеров с оптической обратной связью для скрытой передачи информации [1–3]. Интерес к этим объектам как потенциальным устройствам для создания систем связи с высокой степенью защиты информации обусловлен их способностью генерировать широкополосные хаотические колебания интенсивности лазерного излучения очень высокой размерности. Выделение передаваемого сообщения в системах связи, использующих хаотические сигналы, оказывается возможным благодаря синхронизации хаотических динамических систем [4–6]. Синхронизация взаимодействующих хаотических систем проявляется при определенных способах связи между ними и может быть использована для определения их управляющих параметров [7–12]. Для оценки параметров хаотических систем с помощью хаотической синхронизации были предложены методы, основанные на автосинхронизации [7], адаптивном контроле [8,12], случайной оптимизации [9], минимизации ошибки [10], и итерационный метод адаптации параметров [11]. В данной работе нами предложен новый метод последовательного уточнения управляющих параметров

полупроводниковых лазеров с оптической обратной связью на основе явления хаотической синхронизации.

Рассмотрим одномодовый полупроводниковый лазер, описываемый уравнениями Ланга–Кобаяши [13], принимающими после соответствующей нормировки следующий вид [14]:

$$\dot{E}(t) = (1 + i\alpha)F(t)E(t) + \eta E(t - \tau_0) \exp(-i\Omega\tau_0), \quad (1)$$

$$T\dot{F}(t) = P - F(t) - (1 + 2F(t))|E(t)|^2,$$

где  $E$  — медленно меняющаяся (за период оптических колебаний) комплексная амплитуда электрического поля,  $F$  — концентрация неравновесных носителей, точкой обозначено дифференцирование по времени  $t$ , измеряемому в единицах времени жизни фотона в резонаторе  $\tau_p$ ,  $T = \tau_s/\tau_p$  — отношение времени жизни носителей  $\tau_s$  ко времени жизни фотонов,  $P$  — параметр накачки (превышение порога генерации),  $\tau_0$  — время запаздывания в цепи обратной связи,  $\eta$  — коэффициент обратной связи,  $\alpha$  — фактор неизохронности,  $\Omega$  — частота излучения лазера без обратной связи.

Записав комплексную амплитуду поля в виде  $E(t) = \rho(t) \exp(i\phi(t))$ , где  $\rho(t)$  и  $\phi(t)$  соответственно модуль и фаза  $E(t)$ , вводя обозначения  $\rho = \rho(t)$ ,  $\rho_\tau = \rho(t - \tau_0)$ ,  $\phi = \phi(t)$ ,  $\phi_\tau = \phi(t - \tau_0)$ ,  $F = F(t)$  и учитывая, что комплексная константа  $\exp(-i\Omega\tau_0)$ , отвечающая за набег фазы в петле обратной связи, качественно не влияет на предлагаемый ниже метод оценки времени запаздывания, перепишем систему уравнений (1) в следующем виде:

$$\begin{aligned} \dot{\rho} &= F\rho + \eta\rho_\tau \cos(\phi - \phi_\tau), \\ \rho\dot{\phi} &= F\alpha\rho - \eta\rho_\tau \sin(\phi - \phi_\tau), \\ T\dot{F} &= P - F - (1 + 2F)\rho^2. \end{aligned} \quad (2)$$

В [15] нами было показано, что во временных реализациях систем с запаздыванием вида  $\dot{x}(t) = F(x(t), x(t - \tau))$  практически отсутствуют экстремумы, удаленные друг от друга на время запаздывания  $\tau$ , и на основе этого свойства предложена методика определения  $\tau$ . Покажем, что после соответствующей модификации эта методика может быть развита на систему с запаздыванием (2). Продифференцировав первое уравнение системы (2) по  $t$ , получим

$$\ddot{\rho} = \dot{F}\rho + F\dot{\rho} + \eta\dot{\rho}_\tau \cos(\phi - \phi_\tau) - \eta\rho_\tau \sin(\phi - \phi_\tau)(\dot{\phi} - \dot{\phi}_\tau). \quad (3)$$

Типичный временной ряд колебаний переменной  $\rho = |E|$  однододового полупроводникового лазера с оптической обратной связью, описываемого уравнениями (2), характеризуется при малых значениях параметра  $P$  наличием большого числа экстремумов, в которых значение  $\rho$  близко к нулю (рис. 1, *a*). В таких точках одновременно выполняются два условия:

$$\dot{\rho} = 0, \quad \rho < \varepsilon, \quad (4)$$

где  $\varepsilon$  — малая величина. Из уравнения (3) следует, что для таких точек можно записать:

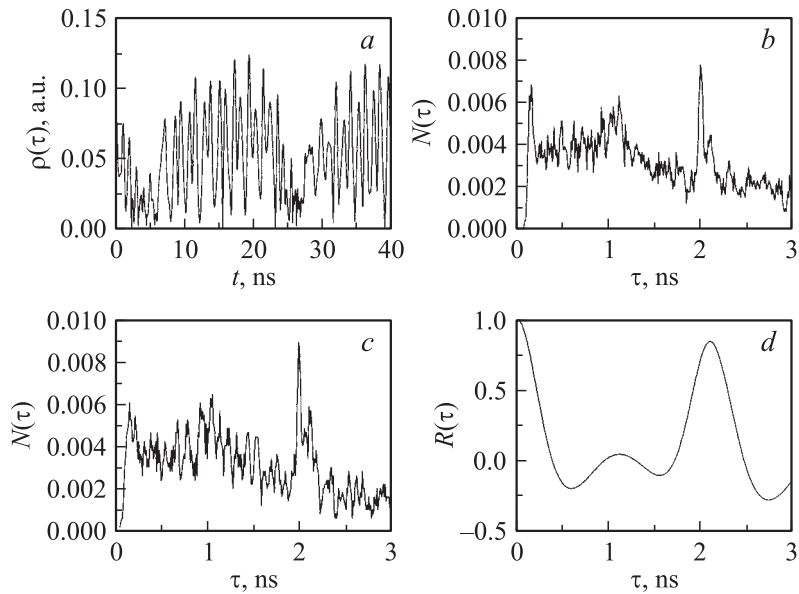
$$\frac{\dot{\rho}_\tau}{\rho_\tau} \approx \frac{\ddot{\rho} + \eta\rho_\tau \sin(\phi - \phi_\tau)(\dot{\phi} - \dot{\phi}_\tau)}{\eta\rho_\tau \cos(\phi - \phi_\tau)}. \quad (5)$$

Тогда, учитывая, что в типичном случае квадратичных экстремумов при  $\dot{\rho} = 0$  выполняется условие  $\dot{\rho} \neq 0$ , получаем, что при малых  $\rho_\tau$  значение  $\dot{\rho}_\tau/\rho_\tau$  должно быть достаточно большим. Таким образом, для нахождения времени задержки в системе (2) можно использовать следующую методику обработки временного ряда переменной  $\rho$ . Для точек временного ряда, удовлетворяющих условиям (4), проверяем выполнение условий

$$\rho_\tau < \varepsilon, \quad \dot{\rho}_\tau/\rho_\tau > \Theta, \quad (6)$$

где  $\Theta$  достаточно велико. Так как  $\tau_0$  заранее неизвестно, мы перебираем разные значения  $\tau$  и подсчитываем число  $N$  пар точек, одновременно удовлетворяющих условиям (4) и (6). Зависимость  $N(\tau)$  представляет собой число пар точек, для которых в момент времени  $t$  выполняются условия (4), а в момент времени  $t - \tau$  выполняются условия (6). При значении  $\tau$ , равном истинному времени запаздывания  $\tau_0$ , число точек на графике  $N(\tau)$  должно быть больше, чем при произвольных  $\tau$ , для которых условия (6) могут не выполняться. Тогда максимум зависимости  $N(\tau)$  даст нам оценку времени запаздывания  $\tau_0$ . Эти же рассуждения остаются справедливыми и для временного ряда колебаний интенсивности  $I = |E|^2$  лазера, доступной в эксперименте.

На рис. 1, *b* представлена зависимость  $N(\tau)$ , построенная по временному ряду переменной  $\rho$  системы (2) при  $\tau_0 = 2$  ns,  $P = 1.1 \cdot 10^{-3}$ ,  $\eta = 5 \cdot 10^{-3}$ ,  $T = 10^3$ ,  $\alpha = 5$  и  $\varepsilon = \sigma_1/k_1$ ,  $\Theta = \sigma_2 k_2$ , где  $\sigma_1$  — среднеквадратичное отклонение величины  $\rho$ ,  $\sigma_2$  — среднеквадратичное отклонение величины  $\dot{\rho}_\tau/\rho_\tau$ ,  $k_1 = 1$ ,  $k_2 = 7$ . Для построения этого графика мы



**Рис. 1.** *a* — типичный временной ряд колебаний переменной  $\rho$  в уравнениях Ланга–Кобаяши (2).  $P = 1.1 \cdot 10^{-3}$ ,  $\tau_0 = 2$  ns,  $\eta = 5 \cdot 10^{-3}$ ,  $T = 10^3$ ,  $\alpha = 5$ . Зависимости  $N(\tau)$  для временного ряда переменной  $\rho$  (*b*) и колебаний интенсивности  $I$  (*c*) системы (2), нормированные на общее число пар точек соответствующего временного ряда, одновременно удовлетворяющих условиям (4) и (6). Автокорреляционная функция  $R(\tau)$  для колебаний интенсивности  $I$  (*d*).

использовали временной ряд длиной 400 000 точек, содержащий около 4000 точек, удовлетворяющих условиям (4). С увеличением  $k_1$  и  $k_2$  количество точек, используемых для построения графика  $N(\tau)$ , уменьшается. При шаге изменения  $\tau$ , равном 0.01 ns, абсолютный максимум зависимости  $N(\tau)$  наблюдается при  $\tau = 2.00$  ns, что в точности соответствует времени задержки. На рис. 1, *c* приведен график  $N(\tau)$ , построенный по временному ряду колебаний интенсивности  $I$  при тех же значениях управляющих параметров системы (2), что и график на рис. 1, *b*, и при  $k_1 = k_2 = 4$ . Способ оценки времени задержки, основанный на нахождении максимума автокорреляционной функции, дает значение 2.10 ns (рис. 1, *d*).

Для оценки остальных параметров системы мы предлагаем использовать эффект хаотической синхронизации двух полупроводниковых лазеров при однонаправленной связи между ними. Однонаправленно связанные системы (1) описываются следующими уравнениями [16]:

$$\begin{aligned} \dot{E}^{T,R} &= (1 + i\alpha^{T,R})F^{T,R}E^{T,R} + \eta^{T,R}E^{T,T}(t - \tau^{T,R}) \exp(-i\Omega^{T,R}\tau^{T,R}), \\ T^{T,R}\dot{F}^{T,R} &= P^{T,R} - F^{T,R} - (1 + 2F^{T,R})|E^{T,R}|^2, \end{aligned} \quad (7)$$

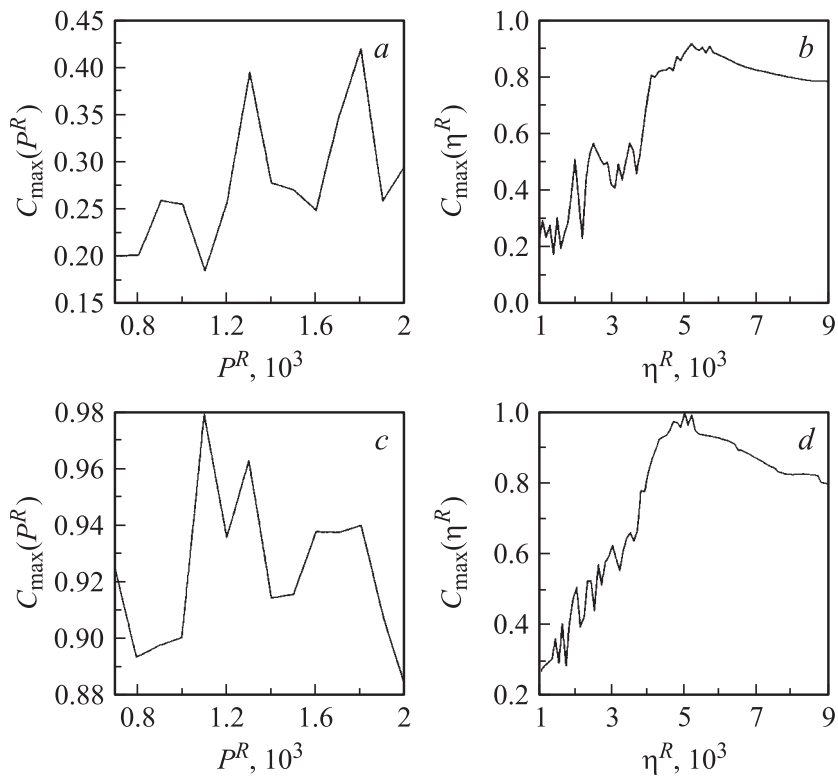
где переменные и параметры ведущей системы (передатчика) обозначены верхним индексом  $T$ , а ведомой системы (приемника) — индексом  $R$ . Когда параметры связанных систем близки, в них наблюдается синхронизация [16].

Так как параметры  $\alpha$  и  $T$  в реальной системе фиксированы и близки для лазеров одного типа, будем считать, что для передатчика и приемника эти параметры совпадают:  $\alpha^T = \alpha^R$  и  $T^T = T^R$ . Параметры  $P^T$ ,  $\eta^T$  и  $\tau^T$  передатчика будем оценивать, добиваясь его синхронизации с приемником, параметры  $P^R$ ,  $\eta^R$  и  $\tau^R$  которого мы можем подстраивать. В качестве количественной меры качества синхронизации будем использовать корреляционную функцию

$$C(\tau) = \frac{\langle I^T(t)I^R(t+\tau) \rangle}{\sqrt{\langle I^T(t)^2 \rangle \langle I^R(t)^2 \rangle}}, \quad (8)$$

где  $I^{T,R} = |E^{T,R}|^2$ , а скобки  $\langle \cdot \rangle$  обозначают усреднение по времени. Очевидно, что в режиме полной синхронизации эта функция имеет максимум в нуле, и при равенстве всех параметров приемника и передатчика этот максимум достигает единицы. Если параметры приемника и передатчика немного отличаются, то максимум  $C(\tau)$  становится меньше единицы, а его сдвиг относительно нуля позволяет получить оценку разницы времен задержки в передатчике и приемнике.

Параметры передатчика выберем такие же, как и при исследовании одиночной системы. В качестве начального приближения выберем  $\tau^R = 2.00$  ns, соответствующее абсолютному максимуму зависимости  $N(\tau)$ , и  $\eta^R = 1 \cdot 10^{-3}$ . Третий параметр  $P^R$  будем определять, строя зависимость величины максимума  $C_{\max}$  корреляционной функции (8) от параметра  $P^R$  (рис. 2, а). Величина  $C_{\max}$  достигает наибольшего значения при  $P^R = 1.8 \cdot 10^{-3}$ . Затем рассчитаем зависимость  $C_{\max}$  от



**Рис. 2.** Зависимость величины максимума  $C_{\max}$  корреляционной функции (8) от параметров  $P^R$  и  $\eta^R$ : *a* —  $\eta^R = 1 \cdot 10^{-3}$ ,  $C_{\max}(P^R)$  максимально при  $P^R = 1.8 \cdot 10^{-3}$ ; *b* —  $P^R = 1.8 \cdot 10^{-3}$ ,  $C_{\max}(\eta^R)$  максимально при  $\eta^R = 5.2 \cdot 10^{-3}$ ; *c* —  $\eta^R = 5.2 \cdot 10^{-3}$ ,  $C_{\max}(P^R)$  максимально при  $P^R = 1.1 \cdot 10^{-3}$ ; *d* —  $P^R = 1.1 \cdot 10^{-3}$ ,  $C_{\max}(\eta^R)$  максимально при  $\eta^R = 5.0 \cdot 10^{-3}$ .

параметра  $\eta^R$  при  $P^R = 1.8 \cdot 10^{-3}$  (рис. 2, *b*). График  $C_{\max}(\eta^R)$  демонстрирует максимум при  $\eta^R = 5.2 \cdot 10^{-3}$ . На следующем шаге вновь строим зависимость  $C_{\max}$  от параметра  $P^R$  при уточненном значении  $\eta^R$  (рис. 2, *c*). Уже на следующем шаге (рис. 2, *d*) мы получаем истинное значение коэффициента обратной связи  $\eta^R = \eta^T = 5.0 \cdot 10^{-3}$ , при котором параметр  $P^R$  уже не меняется при последующих итерациях метода.

Корреляционная функция (8) имеет максимум в нуле, а величина максимума  $C_{\max}$  достигает единицы. Этот результат подтверждает, что график  $N(\tau)$  позволил получить точную оценку времени запаздывания:  $\tau^R = \tau^T = 2 \text{ ns}$ .

При численном исследовании системы (7) метод позволяет определить и другие параметры передатчика, например параметры  $\alpha^T$  и  $T^T$  при условиях  $\eta^R = \eta^T$  и  $P^R = P^T$ . Когда все параметры передатчика в численном эксперименте неизвестны, предложенная процедура сходится к истинным значениям параметров лишь при выборе начальных приближений параметров вблизи их истинных значений.

Сходимость предложенной процедуры последовательного уточнения управляющих параметров была исследована нами при добавлении аддитивного шума в канал связи между передатчиком и приемником. Установлено, что метод позволяет получить точную оценку параметров  $P^T$  и  $\eta^T$  даже при значительном уровне шума, достигающем 10%.

Итак, нами предложен метод последовательного уточнения параметров одномодового полупроводникового лазера с оптической обратной связью, описываемого уравнениями Ланга–Кобаяши. В основе метода лежит хаотическая синхронизация двух однонаправленно связанных лазеров. Предложен способ начальной оценки времени запаздывания в цепи обратной связи лазера, основанный на статистическом анализе специальным образом выбираемых точек временного ряда колебаний интенсивности излучения. Эффективность метода продемонстрирована численно на примере двух однонаправленно связанных систем Ланга–Кобаяши.

Восстановление параметров лазеров с оптической обратной связью открывает возможность выделения сообщения в системах передачи информации, использующих для маскировки их хаотические сигналы. Таким образом, коммуникационные системы, использующие сигналы одномодовых полупроводниковых лазеров, могут обладать недостаточной скрытностью, несмотря на очень высокую размерность и большое число положительных ляпуновских показателей хаотических аттракторов таких систем.

Работа выполнена при поддержке РФФИ, гранты № 03–02–17593 и 03–02–17243, CRDF, Award No. REC–006 и INTAS, грант № 03–55–920.

## Список литературы

- [1] Ahlers V., Parlitz U., Lauterborn W. // Phys. Rev. E. 1998. V. 58. P. 7208–7213.
- [2] Sivaprakasam S., Shore K.A. // Opt. Lett. 1999. V. 24. N 7. P. 466–468.
- [3] Fisher I., Liu Y., Davis P. // Phys. Rev. A. 2000. V. 62. P. 011801.
- [4] Pecora L.M., Carroll T.L. // Phys. Rev. Lett. 1990. V. 64. N 8. P. 821–824.
- [5] Kocarev L., Halle K.S., Eckert K. et al. // Int. J. of Bifurcation and Chaos. 1992. V. 2. N 3. P. 709–713.
- [6] Pecora L.M., Carroll T.L., Johnson G.A. et al. // Chaos. 1997. V. 7. N 4. P. 520–543.
- [7] Parlitz U. // Phys. Rev. Lett. 1996. V. 76. P. 1232–1235.
- [8] Maybhate A., Amritkar R.E. // Phys. Rev. E. 1999. V. 59. P. 284–293.
- [9] Sakaguchi H. // Phys. Rev. E. 2002. V. 65. P. 027201.
- [10] Konnur R. // Phys. Rev. E. 2003. V. 67. P. 027204.
- [11] Tao C., Zhang Y., Du G., Jiang J.J. // Phys. Rev. E. 2004. V. 69. P. 036204.
- [12] Huang D. // Phys. Rev. E. 2004. V. 69. P. 067201.
- [13] Lang R., Kobayashi K. // IEEE J. Quantum Electron. 1980. V. 16. P. 347–355.
- [14] Alsing P.M., Kovanis V., Gavrielides A., Erneux T. // Phys. Rev. A. 1996. V. 53. P. 4429–4434.
- [15] Bezruchko B.P., Karavaev A.S., Ponomarenko V.I., Prokhorov M.D. // Phys. Rev. E. 2001. V. 64. P. 056216.
- [16] Koryukin I.V., Mandel P. // Phys. Rev. E. 2002. V. 65. P. 026201.