



ГЛОБАЛЬНАЯ РЕКОНСТРУКЦИЯ УРАВНЕНИЙ ДИНАМИЧЕСКОЙ СИСТЕМЫ ПО ВРЕМЕННОЙ РЕАЛИЗАЦИИ ПЕРЕХОДНОГО ПРОЦЕССА

Б.П. Безручко, Т.В. Диканев, Д.А. Смирнов

Проводится глобальная реконструкция по временным рядам дифференциальных и разностных уравнений, моделирующих объект в широкой области фазового пространства. Демонстрируется эффективность использования для этой цели временных реализаций неустановившихся движений (переходных процессов). Показано, что временные ряды переходных процессов имеют преимущества при реализации процедуры оптимизации структуры модели.

Введение

Глобальной называют математическую модель, претендующую на описание объекта во всем фазовом пространстве (или в большой его части) в отличие от локальной, описывающей лишь малую окрестность некоторой точки. К настоящему моменту разработаны несколько эффективных подходов к глобальной реконструкции дифференциальных или разностных уравнений по экспериментальному временному ряду – конечному набору значений наблюдаемой переменной, измеренных в последовательные моменты времени [1–9]. Получаемые по временным рядам модели широко используются для целей прогноза [7,10], управления [3], классификации сигналов [11], передачи информации [12].

Обычно глобальные модели строятся по временным реализациям установившихся движений, соответствующих аттрактору в фазовом пространстве объекта. И такой подход представляется разумным, если необходимо осуществить прогноз поведения объекта после установления колебаний. Данная работа направлена на глобальное моделирование *динамики объекта в целом*, а не только определенного движения – на описание поведения во всем фазовом пространстве или значительной его части. Ее цель – показать на конкретных примерах, что при такой постановке вопроса успех реконструкции более вероятен при использовании нестационарных рядов – временных реализаций переходных процессов, когда изображающая точка в фазовом пространстве еще не достигла аттрактора. Подобные глобальные модели полезны в тех случаях, когда необходимо осуществить прогноз пути эволюции из произвольного начального состояния. Возможны и другие приложения, например, модель, построенная по временному

ряду, включающему переходный процесс, успешно применялась для вычисления ляпуновских показателей [13].

Произведено сравнение возможностей глобальных моделей, построенных по различным участкам временного ряда – содержащим и не содержащим переходный процесс. Исходя из цели работы, в качестве объектов выбраны наиболее показательные для иллюстрации эталонные диссипативные динамические системы (раздел 2) и использованы уже зарекомендовавшие себя подходы к реконструкции. Качество реконструкции оценивается сравнением функций, входящих в правые части исходной и восстановленной динамических систем (объекта и модели), а также через прогностические возможности восстановленной модели при различных начальных условиях (раздел 1).

В работе показано, что учет переходного процесса позволяет расширить область фазового пространства, в которой реконструируемые стандартными методами уравнения описывают динамику объекта (раздел 2), и приведена процедура оптимизации структуры модельных уравнений, в которой специфика исходного нестационарного временного ряда оказывается весьма плодотворной при выявлении лишних слагаемых (раздел 3). Полученные результаты обобщаются в заключении, где обсуждаются и ограничения на использование переходного процесса при моделировании.

1. Методика исследования

Наиболее употребительная схема глобального динамического моделирования по временным рядам состоит из трех следующих этапов.

1) Выбор структуры модельных уравнений, опираясь на априорную информацию, содержательные модели, результаты обработки ряда (например, оценку корреляционной размерности восстановленной по временному ряду фазовой траектории) и интуицию.

2) Преобразование исходного временного ряда в соответствии со сделанным выбором. Например, подавление шума, численное дифференцирование, интегрирование или другое преобразование скалярного временного ряда $\{v_i\}_{i=1}^N$, $v_i=v(t_i)$, $t_i=i\Delta t$, $i=1,\dots,N$, и формирование ряда векторов состояния $\{x_i\}$.

3) Выделение из полученного ряда тренировочного участка (*окна реконструкции*); определение по нему коэффициентов модели; оценка ее качества по другой – тестовой части ряда с помощью критерия, определяемого целью моделирования.

Наше исследование затрагивает лишь третий этап – выбор места окна реконструкции в исходном ряде, обеспечивающего работоспособность модели в широкой области фазового пространства. Поэтому мы используем в качестве объектов эталонные дифференциальные уравнения и связанные отображения и строим модель в соответствии с их структурой; или полностью ее повторяем и при реконструкции ищем неизвестные коэффициенты; или при сохранении числа уравнений меняем лишь вид аппроксимирующих функций. Исходные временные ряды (дискретные последовательности значений одной из динамических переменных объекта) получаются путем численного решения, при этом уровень шума незначителен и определяется лишь погрешностями численного метода и машинным округлением. Это позволяет уйти от решения сложных проблем двух первых этапов процедуры реконструкции и сосредоточиться на решении поставленной задачи¹.

¹ При моделировании реальных систем нельзя однозначно указать наилучшую структуру реконструируемых уравнений, кроме того, приходится решать проблему шумов. Это может оказать решающее влияние на успех моделирования и помешать оценке влияния на результат выбора места окна реконструкции, на что направлена данная работа.

В процессе исследования мы получаем модельные уравнения при различных положениях окна реконструкции на временном ряде. При этом в тренировочном ряде присутствует та или иная часть переходного процесса. Модели сравниваются с объектом с помощью следующих критериев качества:

- *непосредственное сопоставление* коэффициентов в уравнениях, как в разделе 2.1 (см. ниже), где структура модели полностью соответствует объекту;
- *погрешность аппроксимации* ϵ . Сравниваются функции, входящие в правые части уравнений объекта и модели (f_o и f_m). Это имеет смысл только в том случае, когда исходные и модельные уравнения имеют схожую структуру. Так, в рассматриваемых ниже (разделы 2.2 и 2.3) примерах объект и модель имеют структуру

$$\begin{aligned} x &= y, \\ \dot{y} &= f(x, y, t), \end{aligned} \tag{1}$$

а погрешность аппроксимации ϵ определяется соотношением

$$\epsilon = \iint_V [f_m(x, y, t) - f_o(x, y, t)]^2 dx dy dt. \tag{2}$$

Здесь V – область интегрирования, содержащая восстановленную фазовую траекторию (значительно более широкая, чем область аттрактора). Чем меньше значение ϵ , тем лучше модель;

- *дальность прогноза* τ – длина временного интервала, на котором средняя ошибка предсказания достигает заданного значения. Значение τ – усредненное по множеству начальных условий, границы которого далеко уходят за область аттрактора. Чем больше τ , тем лучше модель.

Процедура исследования заключалась в следующем. Фиксировалась некоторая ширина окна реконструкции (M точек): $\{v_i\}_{i=m}^{m+M-1}$, где m – номер начальной точки. Значению $m=0$ соответствует первая точка исходного временного ряда. При увеличении m окно реконструкции сдвигается по временному ряду в область установившихся движений. Модели восстанавливались при различных значениях m . Участок временного ряда, обеспечивающий наиболее эффективную модель, определялся по графикам зависимостей указанных выше критериев качества от m .

2. Примеры

2.1. Реконструкция многомодовой дискретной динамической системы. Наличие более одного варианта установившихся движений (нескольких мод) характерно для динамических систем достаточной размерности. Временные ряды установившихся движений обычно соответствуют лишь одной моде² и могут не нести информации о пространственной конфигурации объекта. Например, при возбуждении синфазной (однородной) моды в системе идентичных связанных маятников каждый элемент движется так же, как если бы других элементов не было – то есть ряд не несет никакой информации о сложности системы. Однако временные ряды переходных процессов при установлении таких режимов могут нести в себе информацию о затухающих неоднородных модах и расширить возможности моделирования. Продемонстрируем это, используя в качестве объекта систему диссипативно связанных квадратичных отображений

² Исключением является режим перемежаемости.

$$x_{n+1} = \lambda - x_n^2 + k(x_n^2 - y_n^2), \quad (3)$$

$$y_{n+1} = \lambda - y_n^2 + k(y_n^2 - x_n^2),$$

где x, y – динамические переменные; k – параметр связи; λ – параметр неравновесности; $n=0,1,2,\dots$ – дискретное время. Эта эталонная система характеризуется бесконечным числом регулярных и хаотических видов колебаний (вариантов синхронизации колебаний подсистем) и мультистабильностью [16–23]. Выберем значения параметров $\lambda=1.8$, $k=0.4\div0.5$, при которых в системе устанавливается синфазная хаотическая мода – когда x, y меняются во времени хаотически, но одинаково (имеет место хаотическая синхронизация). Заметим, что меньшим значениям k из выделенного интервала соответствует большая длительность переходных процессов по сравнению со значениями, близкими к 0.5. Это объясняется тем, что синфазная мода при выбранном значении λ устойчива лишь при $k \geq 0.361$ [19], а вблизи бифуркационных значений параметра возмущения затухают слабее. Реконструкцию модельных уравнений будем проводить по ряду, начинающемуся с точки $(x_0=0.1, y_0=0.2)$, которая находится вне синфазного аттрактора. При этом рассмотрим различные варианты задания структуры модельных уравнений, исходных временных рядов и используемых критериев качества.

2.1.1. Реконструкция по векторному ряду. Реконструируем модельные уравнения в виде

$$\begin{aligned} x_{n+1} &= \lambda_1 - x_n^2 + k_1(x_n^2 - y_n^2), \\ y_{n+1} &= \lambda_2 - y_n^2 + k_2(y_n^2 - x_n^2), \end{aligned} \quad (4)$$

где $\lambda_1, \lambda_2, k_1, k_2$ – параметры, значения которых вычисляются по временному ряду. Воспользуемся для этого векторными рядами – последовательностями значений x_n и y_n , полученными при численном итерировании системы (3). Критерием качества модели в данном случае может служить совпадение значений коэффициентов связи k_1 и k_2 между собой и с k , а также λ_1 и λ_2 с λ . Так на рис. 1, где по оси ординат отложены восстановленные значения k_1 и k_2 , а по оси абсцисс – исходные значения коэффициента связи k , «правильным» значениям соответствует диагональ. То есть модели тем хуже, чем больше отклонения точек на рисунке от диагонали.

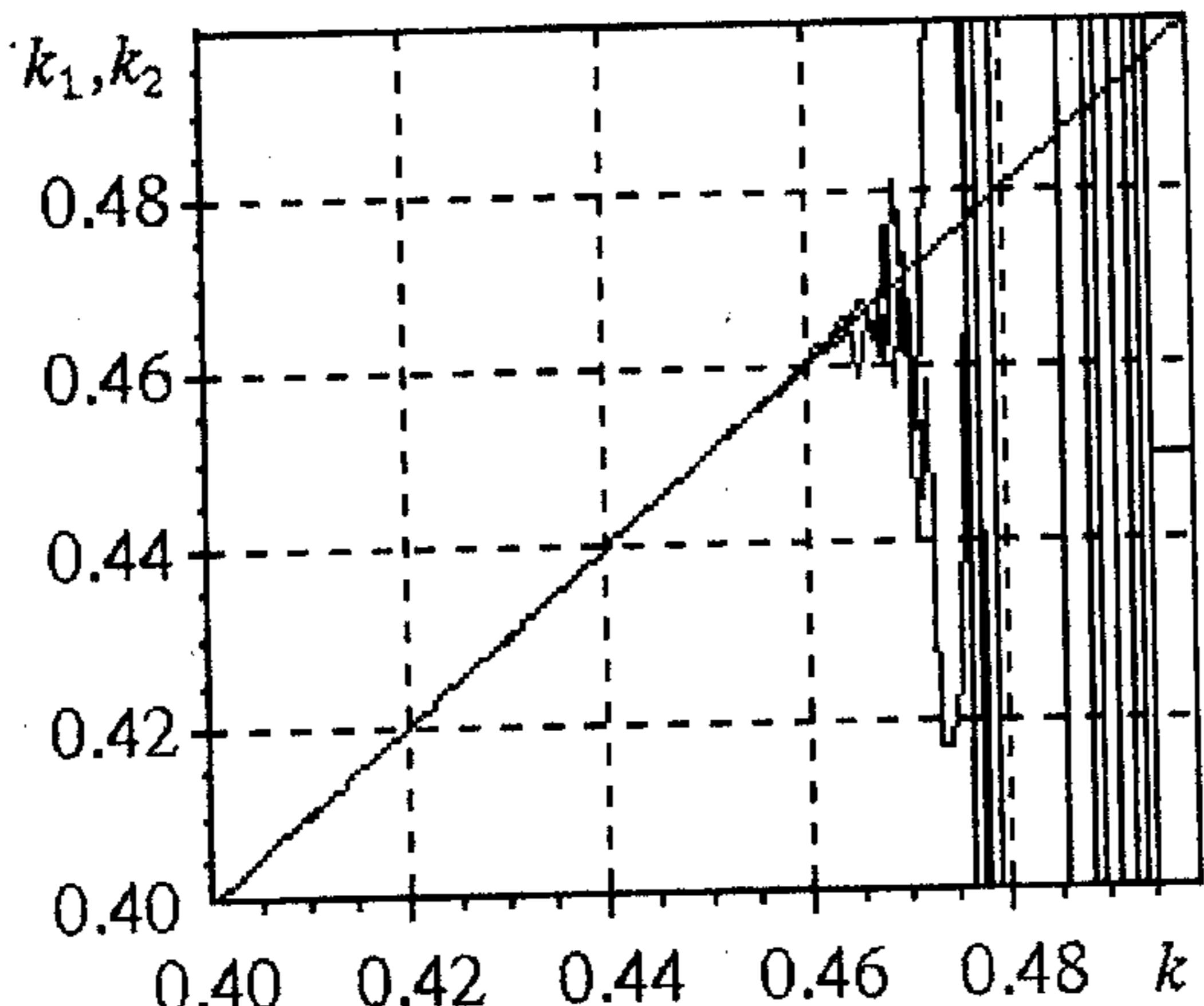


Рис. 1. Значения коэффициентов k_1 и k_2 модели (4), реконструированной по временным реализациям (3) для $\lambda=1.8$ при различных k . Ширина окна реконструкции $M=100$, $m=6$

Расчеты показывают, что результаты восстановления уравнений тем лучше, чем большую часть окна реконструкции занимает переходный процесс. Например, участок успешной реконструкции для $m=6$ занимает на рис. 1 область лишь малых k , когда синфазный режим менее устойчив, а переходный процесс затягивается. В области больших k , где синфазное движение более устойчиво и протяженность переходного процесса уменьшается, результаты реконструкции значительно хуже (см. правую часть рисунка). Кроме того, зависимость коэффициентов модели от k становится существенно немонотонной. Последнее означает, что коэффициенты модели критичны к малым изменениям исходного временного ряда.

С уменьшением m до 0, когда доля переходного процесса среди точек ряда еще более существенна, уравнения успешно реконструируются во всем интервале выделенных на рисунке значений k , и наоборот, при существенном увеличении m , когда точки, соответствующие переходному процессу, перестают использоваться для реконструкции, область плохой реконструкции занимает почти весь рисунок.

2.1.2. Реконструкция по скалярному ряду. Усложним задачу реконструкции, перейдя к скалярному исходному временному ряду. Будем строить модели по временному ряду $\{x_n\}$ объекта в виде

$$x_{n+1} = P(x_n, x_{n-1}), \quad (5)$$

где $P(x_n, x_{n-1})$ – степенной полином, порядок (степень) которого подбирается в процессе моделирования. В качестве критерия качества модели используем значение времени предсказания τ : чем больше τ , тем лучше модель.

На рис. 2 представлены зависимости τ от номера начальной точки m для модели (5). По графикам видно, что использование переходного процесса (уменьшение m) приводит к повышению качества модели. Об этом же свидетельствует уменьшение интервалов m с хорошим предсказанием при уменьшении доли переходного процесса в исходном временном ряде. Кривой 2 соответствует больший, чем для 1, коэффициент диссипативной связи k в уравнениях объекта (3), при котором переходный процесс существенно короче.

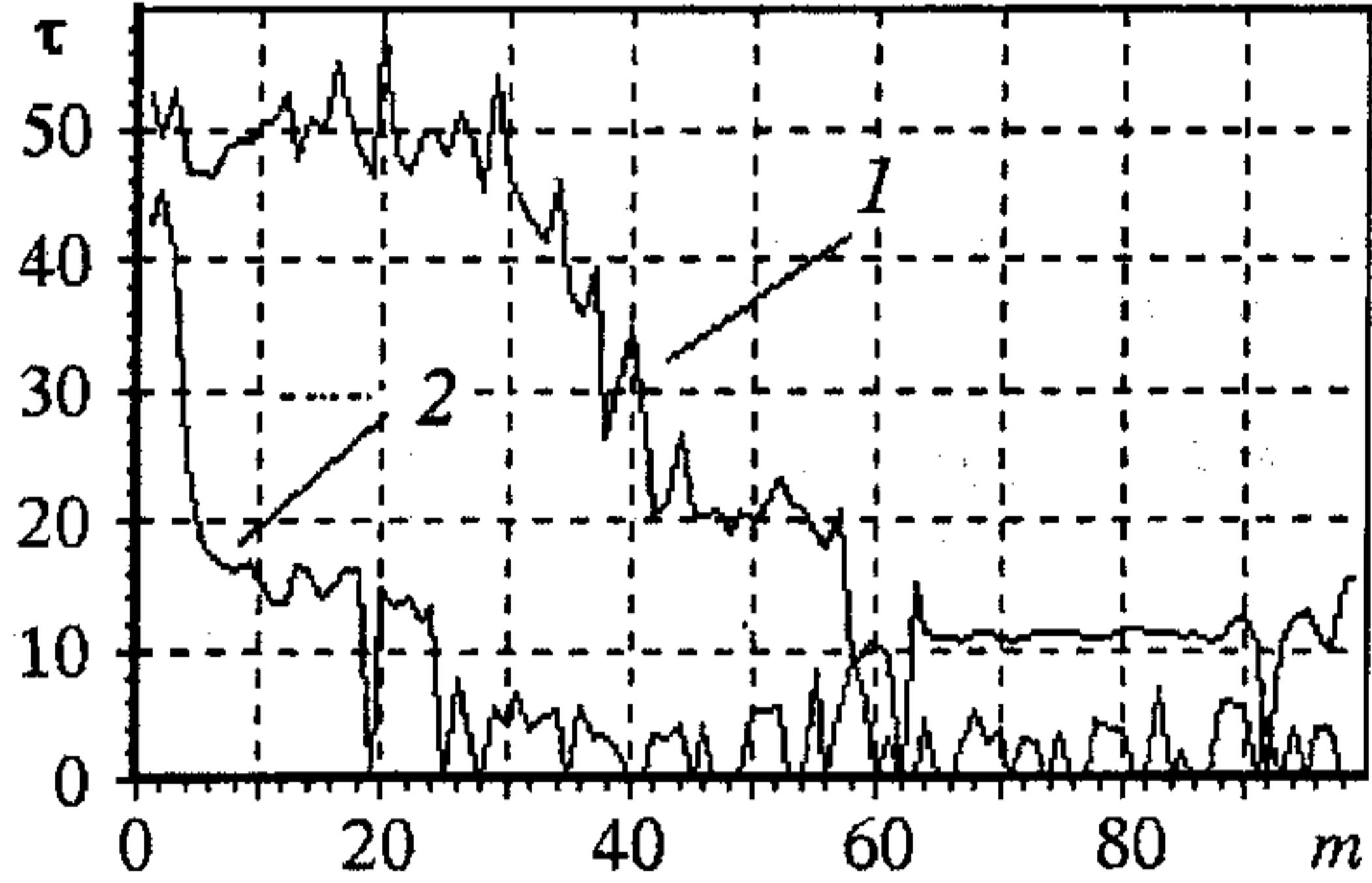


Рис. 2. Зависимость времени предсказания τ модели (5) с полиномом степени 4 от номера начальной точки окна реконструкции m для значений $k=0.2$ (кривая 1) и 0.3 (кривая 2). Ширина окна реконструкции $M=100$

2.2. Реконструкция системы с непрерывным временем. Рассмотрим теперь пример реконструкции дифференциальных уравнений. В качестве объекта используем неавтономный осциллятор Тоды

$$\begin{aligned} \dot{x} &= y, \\ \dot{y} &= -0.1y - 1 + e^{-x} + \cos t. \end{aligned} \quad (6)$$

Эта система представляет широкий класс нелинейных динамических систем, содержит экспоненциальную нелинейность и явную зависимость от времени. Скалярный временной ряд значений координаты x был получен путем численного интегрирования уравнений (6) методом Рунге – Кутты 4–го порядка с шагом 0.01. Начальные условия выбирались вне аттрактора, которым при данных значениях параметров является предельный цикл. Фазовая траектория, соответствующая исходному ряду, показана на рис. 3, *a*, где цифрами указаны номера некоторых точек (начальная имеет номер 0). Аттрактор расположен в области сгущения траекторий. По рисунку видно, что движения вблизи аттрактора занимают незначительную часть площади, охватываемой траекторией.

Структура модельных уравнений была выбрана в виде (1) с функцией

$$f(x, y, t) = P_n(x) + \gamma y + A \sin(\omega t) + B \cos(\omega t), \quad (7)$$

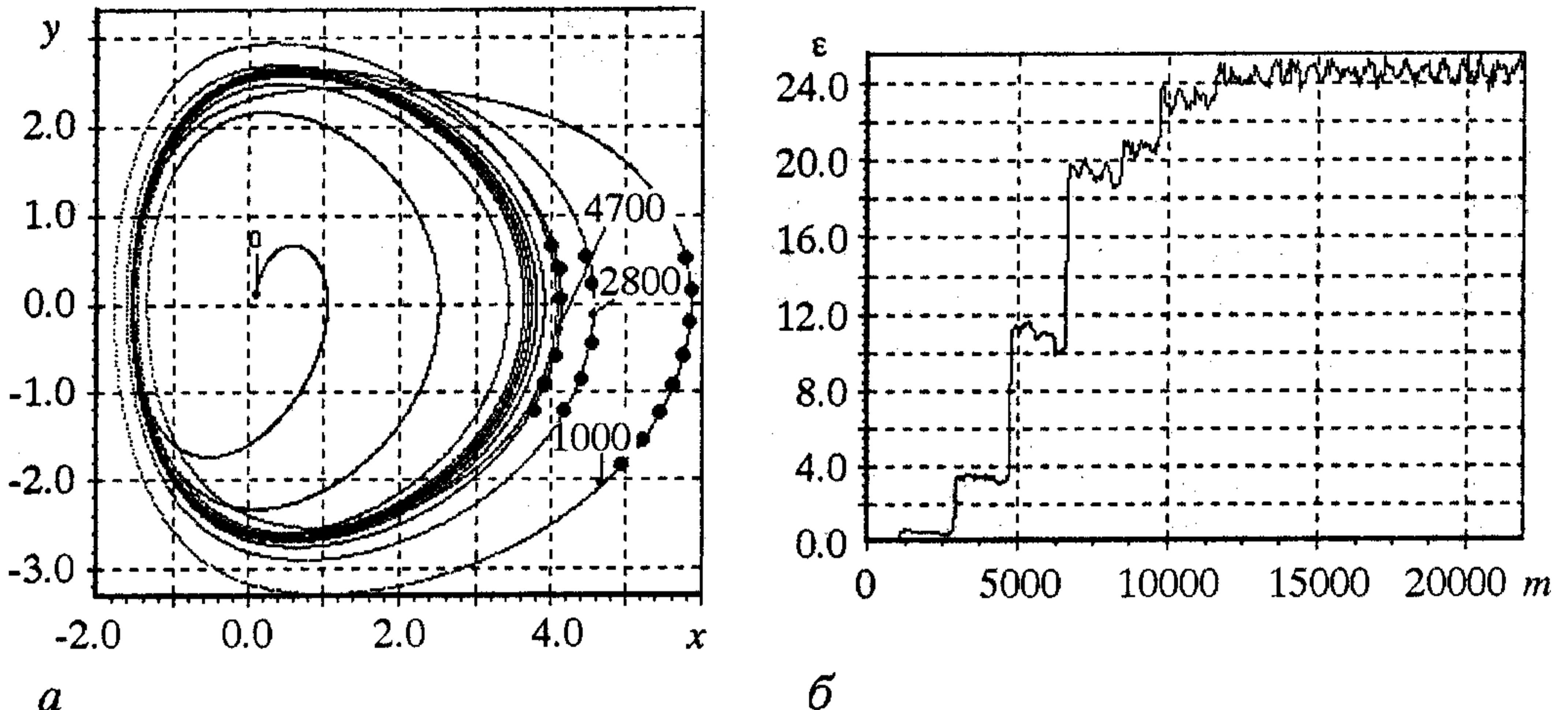


Рис. 3. *a* – фазовая траектория системы (6) при $x(0)=y(0)=0.1$, проекцией которой является исходный временной ряд; *б* – зависимость ошибки аппроксимации ϵ от номера первой точки окна реконструкции m . Цифрами отмечены номера некоторых точек во временном ряде

где $P_n(x)$ – полином. Использовалась технология реконструкции, опирающаяся на изложенную в разделе 1 схему и модернизированная для неавтономных систем [14,24,25]. По временному ряду определялись значения параметров γ, A, B, ω и коэффициентов полинома.

На рис. 3, *б* приведена зависимость значения ошибки аппроксимации ϵ от номера начальной точки окна реконструкции m . Ширина окна реконструкции $M=2000$, в то время как один характерный период колебаний содержит около 600 точек. Наилучшие модели получались при малых значениях m – при учете переходного процесса. Причем график $\epsilon(m)$ имеет характерный «ступенчатый» вид, иллюстрирующий ценность того или иного участка ряда для целей глобальной реконструкции. Так, почти горизонтальные участки соответствуют выведению из тренировочного ряда точек из окрестности аттрактора, что свидетельствует об их малом влиянии на качество модели. Скачки между плоскими ступеньками на графике, на которых качество модели с ростом m быстро ухудшается, соответствуют исключению из тренировочного ряда точек, отмеченных на фазовом портрете (рис. 3, *а*) кружками. Эти точки принадлежат переходному процессу и наиболее удалены от аттрактора.

3. Использование переходного процесса для оптимизации структуры модели

Увеличение информации об объекте является не единственным поводом для использования переходных процессов при реконструкции модельных уравнений. Вторым не менее важным доводом за привлечение нестационарных данных является возможность их эффективного использования для оптимизации структуры модели (в нашем случае для борьбы с лишними членами в полиномах). Проиллюстрируем это на примере реконструкции уравнений осциллятора Ван дер Поля – Тоды

$$x = y, \quad (8)$$

$$\dot{y} = (1-x^2)y - 1 + e^{-x}$$

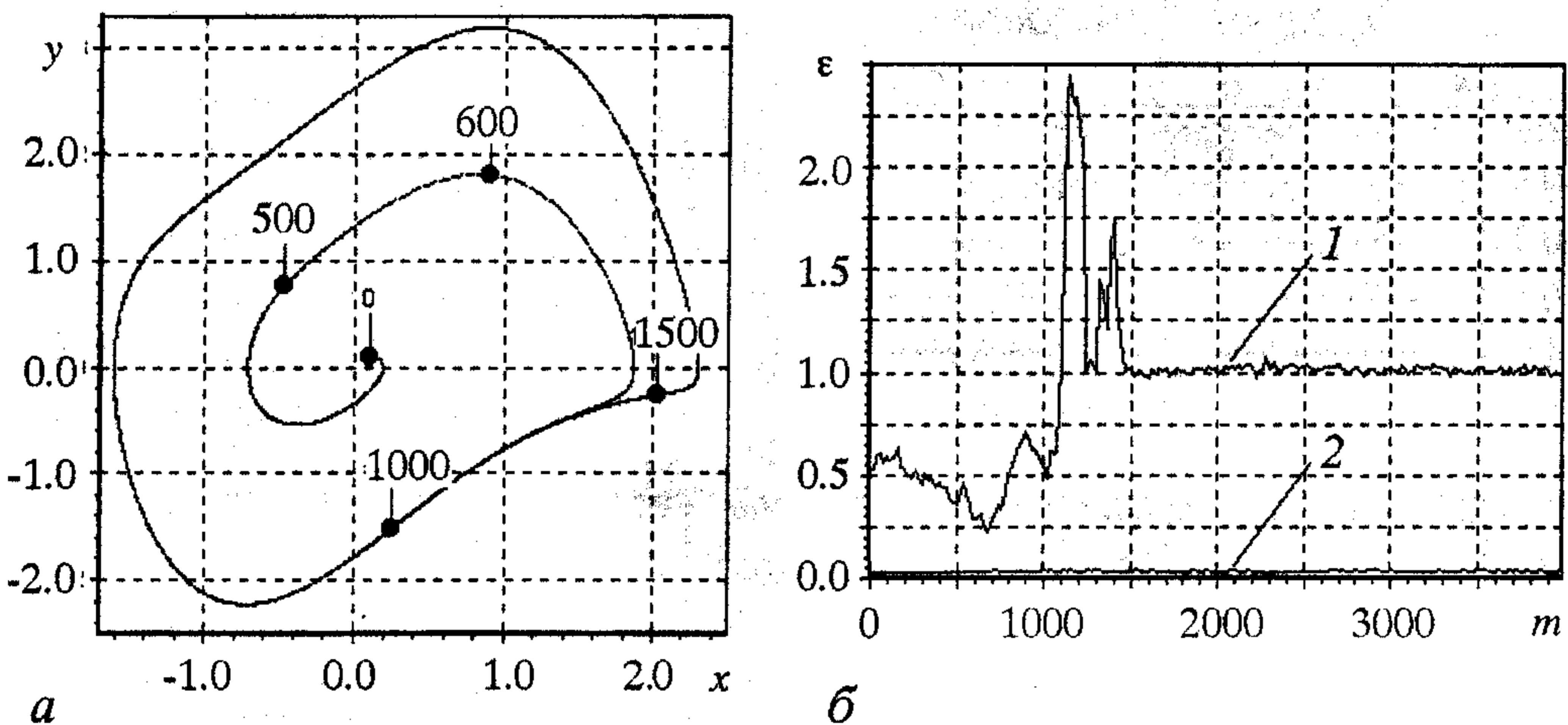


Рис. 4. а – фазовая траектория системы (8), проекцией которой является исходный временнй ряд; б – зависимости ошибки аппроксимации ε от номера первой точки окна реконструкции m для модели {(1) и (9)} со стандартным полиномом 7-й степени (кривая 1) и модели вида {(1) и (10)} (кривая 2)

по скалярному временному ряду, которому соответствует фазовый портрет на рис. 4, а. Модель строилась в виде (1) в двух вариантах, отличающихся функциями $f(x,y,t)$. В первом случае использовался стандартный полином от двух переменных

$$f(x,y,t) = P_k(x,y) = \sum_{i,j=0}^k a_{ij} x^i y^j, \quad i+j \leq k. \quad (9)$$

Во втором – функция в виде

$$f(x,y,t) = (\lambda - x^2)y + P_n(x), \quad (10)$$

где $P_n(x)$ – стандартный полином от одной переменной, аппроксимирующий экспоненту. Первая структура заведомо содержит множество «лишних» слагаемых (например, слагаемые с xy , xy^2 , x^2y^2 , ... и другие «не предусмотренные» вторым уравнением объекта (8)). В идеале, если полиномы бесконечны, а точность не ограничена, значения коэффициентов в «лишних» членах должны были бы получиться равными нулю. Но реально, из-за невозможности точной аппроксимации экспоненты конечным степенным рядом и ошибок округления, значения коэффициентов, рассчитанные по временному ряду, отличаются от нуля. Они подгоняются таким образом, чтобы удовлетворять используемому критерию качества модели в точках окна реконструкции. Однако вне этого окна, в тестовой части ряда, «лишние» слагаемые могут дать существенный вклад в результат и привести к значительным отличиям модели от объекта.

Сравним зависимости $\varepsilon(m)$ для моделей {(1) и (9)} и {(1) и (10)} на рис. 4, б. Как и следовало ожидать, второй вариант моделирования, не обремененный «лишними» слагаемыми, дает на порядок лучший результат. Кроме того, здесь отсутствует зависимость ε от m (кривая 2), следовательно, использование переходного процесса не имеет здесь никаких преимуществ, то есть улучшение качества реконструкции достигается не за счет расширения посещаемой области фазового пространства, а вследствие уменьшения числа «лишних» слагаемых. Зато существенная зависимость ε от m присутствует при использовании первой модели {(1) и (9)}, которая изобилует «лишними» слагаемыми (кривая 1). Причем наиболее сильно это выражено при малых m , соответствующих переходным процессам, где колебания величины ε имеют большой размах.

Отмеченная немонотонность $\varepsilon(m)$ объясняется существенной зависимостью

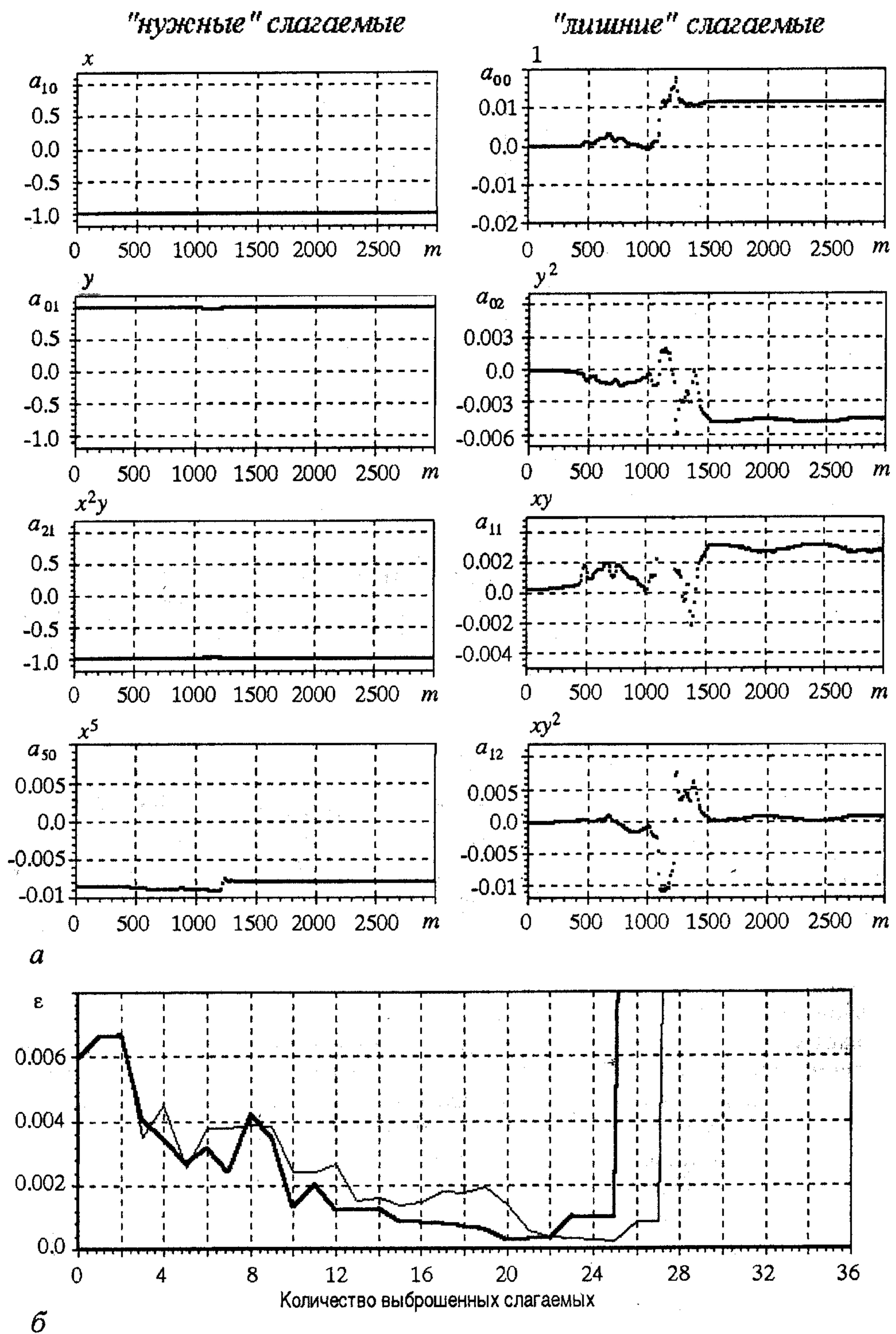


Рис. 5. Результаты реконструкции системы (8) по скалярному ряду: *a* – зависимость коэффициентов (при указанных рядом базисных функциях в полиномах) модели вида {(1) и (9)} от положения смещения окна реконструкции; *б* – зависимости ошибки аппроксимации ϵ от числа слагаемых, исключенных при оптимизации модели, с использованием меры (11) (жирная линия) и (12)

от m коэффициентов при «лишних» слагаемых в области переходного процесса. На рис. 5, а представлены значения некоторых из 36 коэффициентов модели вида { (1) и (9) } с полиномом 7-й степени, построенной по временной реализации системы (8) при различных m . Слева сгруппированы графики для «нужных», присутствующих в степенном представлении функции f объекта (8) слагаемых, а справа – для «лишних». Видно, что «лишние» коэффициенты существенно менее стабильны, чем «нужные», причем эта нестабильность появляется при перемещении начальной точки окна реконструкции именно в области переходного процесса.

Опираясь на сказанное, можно предложить процедуру улучшения структуры модели, основанную на последовательном удалении слагаемых, коэффициенты в которых наиболее нестабильны при изменении m . В качестве мер стабильности коэффициента a можно использовать, например,

- отношение его среднего значения к стандартному отклонению

$$m_1 = \langle a \rangle / \sigma_a; \quad (11)$$

- отношение среднего значения к стандартному отклонению разности значений коэффициента, полученных при соседних положениях окна реконструкции

$$m_2 = \langle a \rangle / [\langle (a_{i+1} - a_i)^2 \rangle]^{1/2}. \quad (12)$$

Угловые скобки означают усреднение по ансамблю значений a , полученных при разных m . Первая мера оценивает размах колебаний коэффициента, а вторая – степень немонотонности зависимости коэффициента от положения окна реконструкции.

Предложенную процедуру оптимизации структуры модели иллюстрирует рис. 5, б, где приведена зависимость критерия качества ϵ (чем меньше ϵ , тем лучше модель) от числа отброшенных «лишних» слагаемых. В соответствии с введенными мерами (11) или (12) выбирался наименее надежный коэффициент, и соответствующее слагаемое исключалось из модели. Процесс реконструкции уравнений повторялся уже с упрощенной функцией: находился следующий наименее стабильный коэффициент, который исключался из модели, и т.д. На рисунке представлена зависимость величины ϵ от числа выброшенных коэффициентов при использовании различных мер нестабильности. Причем в приведенном примере более эффективным оказалось использование меры (12), оценивающей немонотонность зависимости коэффициентов от смещения окна реконструкции. Заметим, что после достижения минимума попытки дальнейшего упрощения модели приводят к резкому росту ошибки аппроксимации, так как процедура уже не может отличить «правильный» коэффициент от «лишнего».

Заключение

На примерах реконструкции нескольких дискретных и потоковых динамических систем по скалярным и векторным временными рядам с использованием различных критериев качества моделей показано, что для целей глобального моделирования динамики объекта в широкой области фазового пространства *наиболее ценная часть временного ряда соответствует переходному процессу*. Следует подчеркнуть, что на реконструкцию моделей конкретного движения, нацеленных на дальнейший прогноз установившегося движения, нестационарная

часть временного ряда оказывает противоположное влияние – в этом случае учет переходного процесса даже вреден. Переходные процессы не играют особой роли, если структура искомой модели оптимальна (полностью адекватна объекту), но их использование весьма плодотворно при необходимости совершенствования структуры модели – выделения лишних элементов и избавления от них, например, при полиномиальном представлении функций. В работе предложены варианты соответствующей процедуры.

Представленные результаты получены на эталонных динамических системах, но касаются этапа общепринятой процедуры реконструкции по временным рядам, общего для работы и с реальными объектами. Поэтому мы полагаем, что они окажутся полезными при моделировании широкого класса систем, особенно многомодовых.

Работа выполнена при поддержке Американского Фонда Гражданских Исследований и Развития для государств бывшего СССР (CRDF) (грант REC-006) и РФФИ (гранты № 99-02-17735, № 01-02-06039).

Библиографический список

1. Crutchfield J.P., McNamara B.S. Equations of motion from a data series // Complex Systems. 1987. Vol. 1. P. 417.
2. Cremers J., Hubler A. Construction of differential equations from experimental data // Z.Naturforschung A. 1987. Vol. 42. P. 797.
3. Breeden J.L., Hubler A. Reconstructing equations of motion from experimental data with unobserved variables // Phys. Rev. A. 1990. Vol. 42. P. 5817.
4. Baake E., Baake M., Bock H.J., Briggs K.M. Fitting ordinary differential equations to chaotic data // Phys. Rev. A. 1992. Vol. 45. P. 5524.
5. Gouesbet G., Letellier C. Global vector-field approximation by using a multivariate polynomial L_2 approximation on nets // Phys. Rev. E. 1994. Vol. 49. P. 4955.
6. Brown R., Rulkov N.F., Tracy E.R. Modeling and synchronizing chaotic systems from time-series data // Phys.Rev. E. 1994. Vol. 49. P. 3784.
7. Грибков Д.А., Грибкова В.В., Кравцов Ю.А., Кузнецов Ю.И., Ржанов А.Г. Восстановление структуры динамической системы по временным рядам // Радиотехника и электроника. 1994. Т. 39, вып. 2. С. 269.
8. Judd K., Mees A. On selecting models for nonlinear time series // Physica D. 1995. Vol. 82. P. 426.
9. Judd K., Mees A. Embedding as a modeling problem // Physica D. 1998. Vol. 120. P. 273.
10. Timmer J., Rust H., Horbelt W., Voss H.U. Parametric, nonparametric and parametric modeling of a chaotic circuit time series // In proceedings of International Symposium NOLTA, 2000. Dresden. Vol. 2. P. 713.
11. Kadtke J., Kremliovsky M. Estimating statistics for detecting determinism using global dynamical models // Phys.Lett. A. 1997. Vol. 229. P. 97.
12. Anishchenko V.S., Pavlov A.N. Global reconstruction in application to multichannel communication // Phys.Rev. E. 1998. Vol. 57. P. 2455.
13. Noack B.R., Ohle F., Eckelmann H. Construction and analysis of differential equations from experimental time series of oscillatory systems // Physica D. 1992. Vol. 56. P. 389.
14. Hegger R., Kantz H., Schmuser F., Diestelhorst M., Kapsch R.-P., Beige H. Dynamical properties of a ferroelectric capacitor observed through nonlinear time series analysis // Chaos. 1998. Vol. 8, № 3. P. 727.
15. Bezruchko B.P., Dikanev T.V., Seleznev Ye.P., Smirnov D.A. Constructing a

model of a non-autonomous piecewise-linear electronic circuit from a scalar time series // In proceedings of International Specialist Workshop NDES. 1999. Denmark. P. 65.

16. *Froyland J.* Some symmetric, two-dimensional, dissipative maps // *Physica D*. 1983. Vol. 8. P. 423.

17. *Waller I., Kapral R.* Spatial and temporal structure in systems of nonlinear oscillators // *Phys. Rev. A*. 1984. Vol. 30, № 4. P. 2047.

18. *Кузнецов С.П.* Универсальность и подобие в поведении связанных систем Фейгенбаума // Известия вузов. Радиофизика. 1985. Т. 28, № 8. С. 991.

19. *Кузнецов С.П., Пиковский А.С.* Переход от симметричного к несимметричному режиму хаотической динамики в системе диссипативно связанных рекуррентных отображений // Известия вузов. Радиофизика. 1989. Т. 32, № 1. С. 49.

20. *Pikovsky A.S., Grassberger P.* Symmetry breaking bifurcation for coupled chaotic attractors // *J. Phys. A: Math. Gen.* 1991. Vol. 24. P. 4587.

21. *Inoue M., Nishi Y.* Highly complicated basins of periodic attractors in coupled chaotic maps // *Progr. Theor. Phys.* 1996. Vol. 95. P. 685.

22. *Астахов В.В., Безручко Б.П., Ерастова Е.Н., Селезнев Е.П.* Виды колебаний и их эволюция в диссипативно связанных фейгенбаумовских системах // *ЖТФ*. 1990. Т. 60, вып. 10. С. 19.

23. *Astakhov V., Shabunin A., Kapitaniak T., Anishchenko V.* Loss of chaos synchronization through the sequence of bifurcations of saddle periodic orbits // *Phys. Rev. Lett.* 1997. Vol. 79. P. 1014.

24. *Безручко Б.П., Селезнев Е.П., Смирнов Д.А.* Реконструкция уравнений неавтономного осциллятора по временному ряду (модели, эксперимент) // Известия вузов. Прикладная нелинейная динамика. 1999. Т. 7, № 1. С. 49.

25. *Bezruchko B., Smirnov D.* Constructing nonautonomous differential equations from an experimental time series // *Phys. Rev. E*. 2001. Vol. 63, № 1. 016207.

Саратовский государственный
университет

Саратовское отделение Института
радиофизики и электроники РАН

Поступила в редакцию 4.01.01

GLOBAL RECONSTRUCTION OF MODEL EQUATIONS FROM REALIZATIONS OF TRANSIENTS

B.P. Bezruchko, T.V. Dikanov, D.A. Smirnov

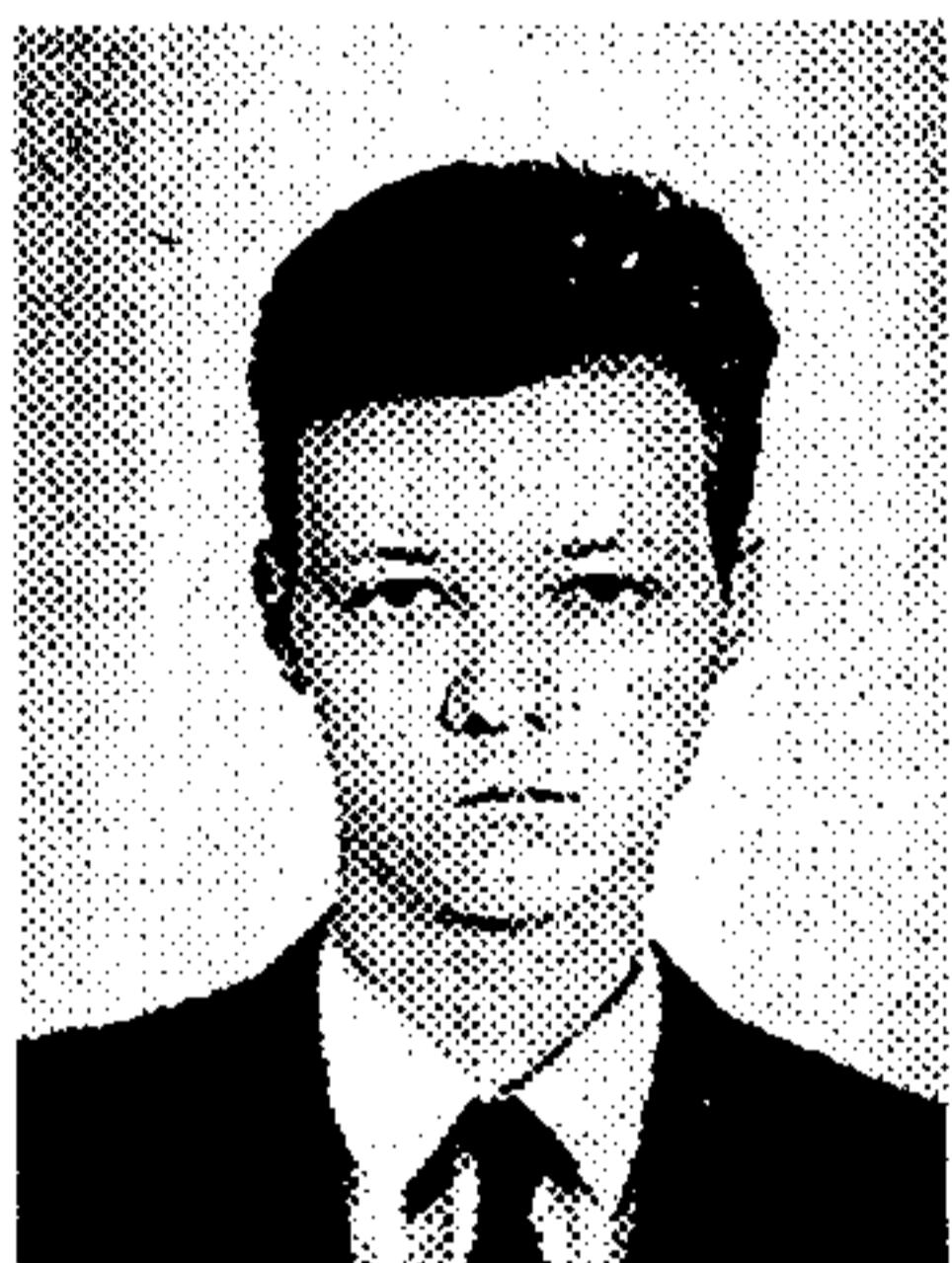
We perform global reconstruction (from time series) of differential equations and difference equations which describe an object in a wide area of a phase space. Efficiency of using time realizations of transients for this purpose is demonstrated. We show that time series of transients have some advantages for realizing a procedure of model structure optimization.



Безручко Борис Петрович – родился в 1946 году, окончил физический факультет Саратовского госуниверситета (1969). Профессор кафедры электроники и волновых процессов СГУ; ведущий научный сотрудник (по совместительству) Саратовского отделения Института радиотехники и электроники РАН; доктор физико-математических наук. Область научных интересов – экспериментальное исследование нелинейных явлений в радиофизических и электронных системах, математическое моделирование по экспериментальной наблюдаемой. Имеет более 100 публикаций в отечественных и зарубежных изданиях.



Диканев Тарас Викторович – родился в городе Саратове (1979). Студент 5-го курса факультета нелинейных процессов Саратовского государственного университета. Соросовский студент в 1997–2001 гг. Область научных интересов: анализ нестационарных временных рядов, динамическое моделирование по временным рядам. Автор и соавтор 8 публикаций по данной тематике.



Смирнов Дмитрий Алексеевич – родился в г. Ершове Саратовской области (1977). Окончил Высший колледж прикладных наук Саратовского государственного университета (1999). Ассистент кафедры электроники, колебаний и волн СГУ. Соросовский студент (1996–1999), Соросовский аспирант (2000, 2001). Область научных интересов: конструирование математических моделей по экспериментальным временным рядам. Автор и соавтор 28 научных публикаций по данной тематике.