УДК 621.373.1

В.В. Астахов, Б.П. Безручко, В.И. Пономаренко, Е.П. Селезнев

МУЛЬТИСТАБИЛЬНОСТЬ В СИСТЕМЕ РАДИОТЕХНИЧЕСКИХ ОСЦИЛЛЯТОРОВ С ЕМКОСТНОЙ СВЯЗЬЮ

Проведено экспериментальное исследование двух радиотехнических нелинейных колебательных контуров с емкостной связью при синфазном гармоническом возбуждении. Установлены особенности эволюции мультистабильных состояний, обусловленные характером связи. Построена простая математическая модель в виде точечного отображения.

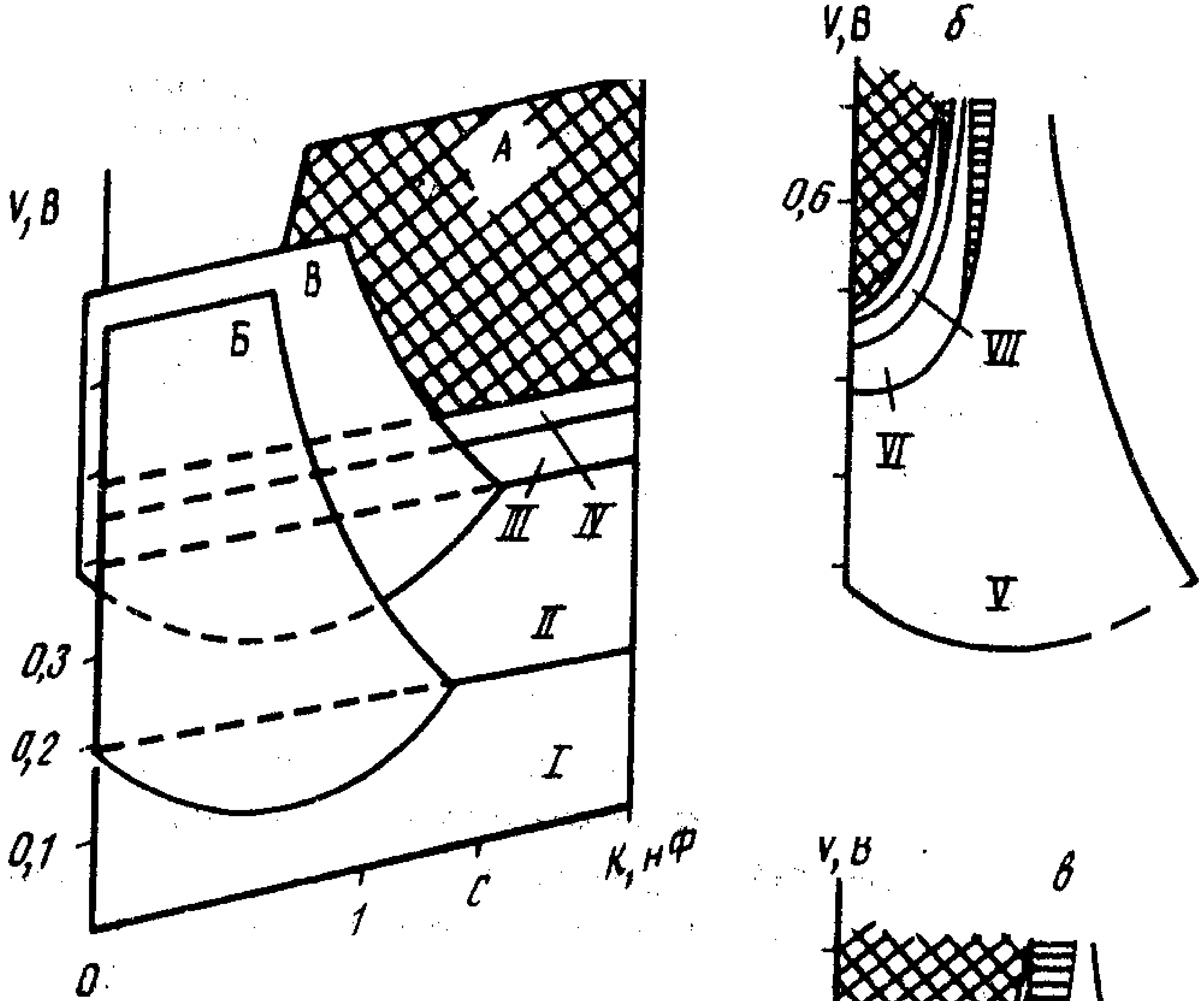
Взаимодействующие системы с небольшой размерностью фазового пространства и универсальными переходами к хаосу привлекают внимание при решении многих задач нелинейной физики. Два взаимодействующих осциллятора, цепочки однонаправленно связанных генераторов, решетки связанных отображений используются в качестве простейших моделей при изучении таких нелинейных явлений, как взаимная синхронизация стохастических движений [1, 2], пространственные бифуркации развития хаоса [3, 4], образование и развитие структур [5, 6]. В данной работе на системе двух нелинейных радиотехнических осцилляторов с универсальной фейгенбаумовской динамикой рассматривается явление мультистабильности – сосуществования в фазовом пространстве множества аттракторов[1]. В работах [8, 9] предложена классификация колебательных состояний и выявлен механизм формирования мультистабильности в такой системе при резистивной связи. Цель предлагаемого исследования – рассмотрение особенностей возникновения мультистабильности при емкостном характере связи и построение простой математической модели.

Экспериментальная система представляла собой два радиотехнических колебательных контура с полупроводниковыми диодами, нелинейность которых обусловлена свойствами p–n-перехода. Контуры возбуждались синфазно[2] гармоническими сигналами одной амплитуды через развязывающие усилители от общего внешнего генератора. Взаимная емкостная связь осуществлялась с помощью переменного конденсатора, включенного между идентичными точками контуров. Динамика системы исследовалась в зависимости от амплитуды внешнего воздействия V и коэффициента связи K, равного емкости конденсатора связи, при фиксированном значении частоты внешнего воздействия, близкой к частоте линейного резонанса. Пределы изменения V были ограничены интервалом значений, в котором в одиночном контуре имеет место переход к хаосу через последовательность бифуркаций удвоения периода одного из выделенных циклов. Диагностика колебательных режимов проводилась по временным реализациям, фазовым портретам, стробоскопическим сечениям и спектрам мощности.

Многообразие колебательных состояний исследуемой системы двух идентичных контуров может быть описано с помощью классификации [8, 9], основанной на следующих представлениях. Очевидно, что в пределе $K \to 0$ каждый из режимов периода $2^n T$ (где T – период внешнего воздействия, $n = 0, 1, 2, 3, \ldots$) может быть реализован 2^n способами, различающимися временным сдвигом mT между реализациями в первом и втором контурах, $m = 0, 1, 2, \ldots, 2^n - 1$. В фазовом про-

[1] Системы, обладающие мультистабильными состояниями, вызывают интерес в связи с возможным их использованием в элементах памяти [7].

[2] При данном типе возбуждения система аналогична осцилляторам в однородном поле силового воздействия или в поле волны при расстоянии между осцилляторами, равном длине волны.



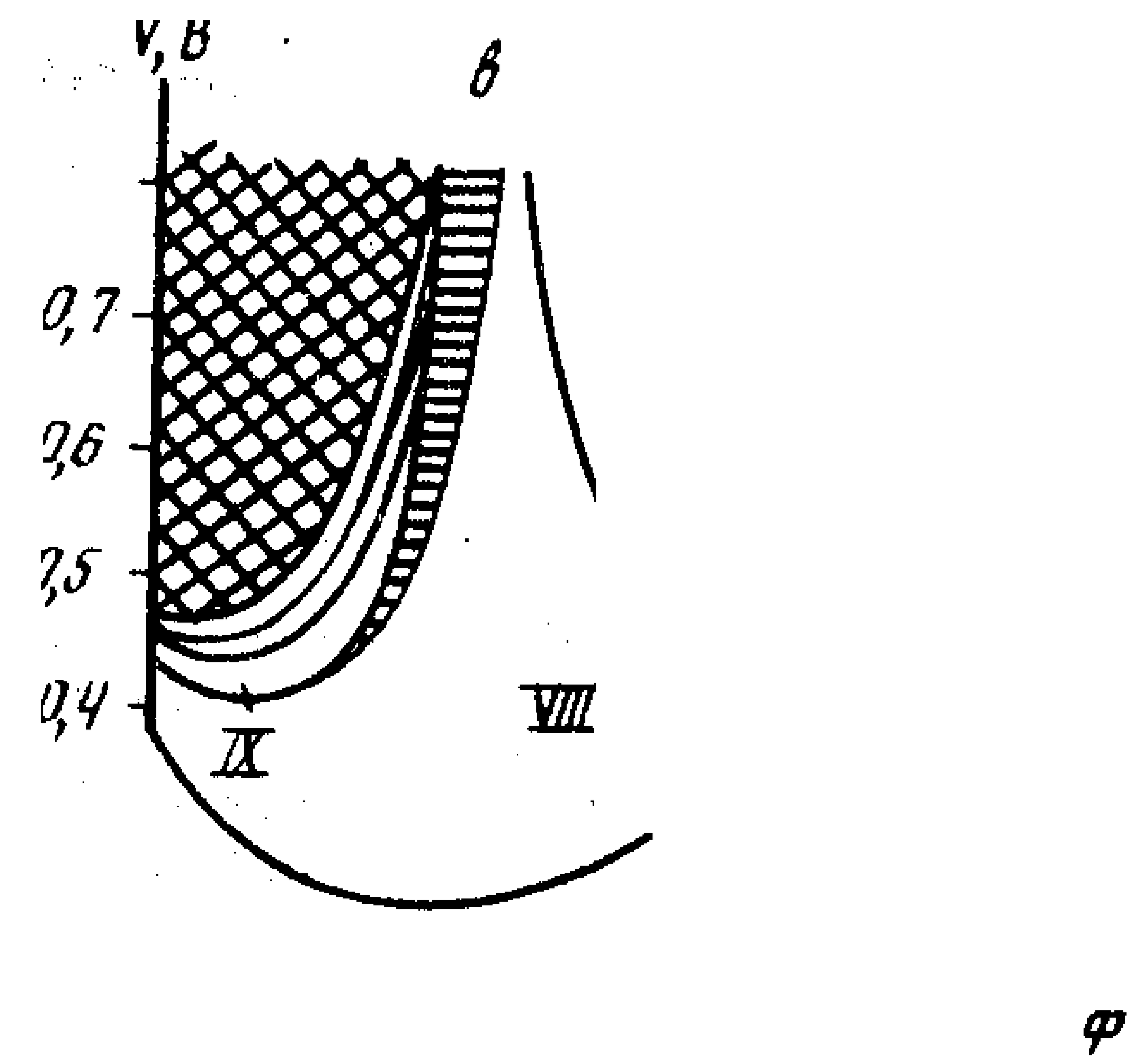


Рис. 1. Взаимное расположение (*а*) и структура листов несинфазных режимов (*б, в*); штриховкой отмечены области квазипериодических колебаний, двойной штриховкой – стохастических. Римскими цифрами отмечены режимы T^0 (I), $2\,T^0$ (II), $4\,T^0$ (III), $8\,T^0$ (IV), $2\,T^1$ (V), $4\,T^1$ (VI), $8\,T^5$ (VII), $4\,T^2$ (VIII), $8\,T^2$ (IX)

странстве двух фейгенбаумовских систем при $K = 0$ существуют 2^n циклов периода $2^n T$, и их число удваивается после каждой бифуркации удвоения периода. Эти циклы являются базовыми при формировании фейгенбаумовских странных аттракторов и существуют в некотором интервале значений $K > 0$. Обозначим их $2^n T^m$; $m = 0$ соответствует синфазным циклам, а $m \neq 0$ – несинфазным.

Рассмотрим рис. 1, где показана структура плоскости параметров (V, K) исследуемой системы. Для наглядности ее удобно представить состоящей из нескольких листов А, Б, В, . . . (рис. 1, *а*). Лист А соответствует синфазным колебаниям, листы Б, В, . . . – несинфазным. На листах Б, В (рис. 1, *б, в*) приведены только режимы, последовательно сменяющие друг друга мягким образом; для изображения областей существования остальных несинфазных циклов необходимо ввести дополнительные листы. Мультистабильности соответствует взаимное "перекрытие" нескольких листов. Общая с [8, 9] система классификации колебательных режимов позволяет нам не останавливаться на описании деталей рисунка, а предложить заинтересованному читателю эти работы, где рассмотрен случай резистивной связи. С увеличением коэффициента связи число устойчивых состояний периода $2^n T$ в системе уменьшается от 2^n до 1. При больших значениях K (правее точки C на рис. 1) существуют только синфазные циклы, которые с ростом амплитуды внешнего воздействия претерпевают последовательность бифуркаций удвоения периода, завершающуюся возникновением синфазного хаоса. Но в случае малых K синфазные циклы $2^n T^0$ не сменяют друг друга мягким образом. При бифуркации удвоения периода в окрестности потерявших устойчивость циклов T^0, $2\,T^0$, $4\,T^0$ рождаются несинфазные циклы удвоенного периода $2\,T^1$, $4\,T^2$, $8\,T^4$. что соответствует на рис. 1 мягкому переходу на листы Б, В, . . .

Эволюция несинфазных режимов, родившихся из синфазны, происходит аналогично случаю резистивной связи: рождение тора и его разрушение, рождение двух симметричных циклов и их эволюция к хаосу через удвоение периода с характерными перестройками в закритической области (см. рис. 1 в работе [9], где для перехода к случаю емкостной связи надо поменять местами пунктир и сплошные линии в точках ветвления синфазной ветви). В области малых K выход на синфазные режимы можно осуществить, двигаясь по K из области больших значений или выбирая начальные условия.

Простейшей моделью двух связанных фейгенбаумовских систем являются квадратичные отображения вида

$$
\begin{aligned}
X_{n+1} &= \lambda - X_n^2 + k(X_n^2 - Y_n^2) + \mu(X_n - Y_n), \\
Y_{n+1} &= \lambda - Y_n^2 + k(Y_n^2 - X_n^2) + \mu(Y_n - X_n),
\end{aligned}
\tag{1}
$$

где X_n, Y_n – динамические переменные, λ – параметр нелинейности, k, μ – коэффициенты связи. В работе [10] на основании ренормгруппового анализа показано, что система (1) описывает все возможные виды связи между фейгенбаумовскими объектами. Однако это утверждение сделано для асимптотического предела, вблизи критической точки перехода к хаосу; кроме того, неясно, каким образом такая запись соотносится с физическими элементами связи между экспериментальными системами фейгенбаумовского типа. В работах [8, 9] при использовании экспериментальных результатов показано, что радиотехническим осцилляторам с резистивной связью соответствует случай $\mu = 0$. Поиск модели в виде (1), адекватной исследуемой системе с емкостной связью, проводили с помощью численного эксперимента, направленного на получение при подборе соотношений k и μ качественного сходства динамики систем на плоскостях параметров (λ, k) и (V, K). За критерии адекватности принимали: 1) существование всех циклов $2^n T^m$, квазипериодических и стохастических движений, зарегистрированных в эксперименте; 2) наличие при больших k последовательности бифуркаций удвоения периода синфазных циклов, завершающейся синфазным хаосом; 3) при малых k – рождение в окрестности потерявшего устойчивость синфазного цикла $2^n T^0$ несинфазного $2^{n+1} T^{2n}$.

На рис. 2 на плоскости параметров (λ, k) построены линии, на которых обращаются в "–1" первый и второй мультипликаторы синфазных циклов T^0, $2T^0$, $4T^0$ системы (1) в случае $\mu = 1{,}8$ ($k - 0{,}02$), на наш взгляд, наиболее удовлетворяющем принятым критериям[3]. Сплошные линии *1–3*, параллельные оси абсцисс, соответствуют значениям параметров, при которых синфазные циклы претерпевают бифуркацию удвоения периода и в их окрестности рождаются синфазные циклы удвоенного периода. При пересечении линий *4–6* из синфазных циклов через удвоение возникают несинфазные $2T^1$, $4T^2$, $8T^4$. Для рассматриваемого случая больших k синфазные циклы теряют устойчивость на линиях *1–3*, а при малых k существуют интервалы значений, где потеря устойчивости происходит на линиях *4–6*.

Проследим эволюцию несинфазных режимов более подробно. При $k = 0{,}005$ с увеличением λ цикл T^0 теряет устойчивость, в его окрестности возникает устойчивый цикл удвоенного периода $2T^1$. Неустойчивый T^0 на линии *1* претерпевает еще одну бифуркацию удвоения периода (второй мультипликатор достигает значения –1), в его окрестности рождается неустойчивый синфазный цикл $2T^0$, который выше по параметру становится устойчивым. Из цикла $2T^1$ в результате бифуркации Хопфа возникает тор, который жестко сменяется либо циклом $4T^1$, либо $4T^3$. Далее наблюдается последовательность бифуркаций удвоения

[3] Реализованы случаи $\mu = F(k \quad b)$, $F(k \quad b)^2 - D$, Fk, где F, b, D подбираемые контанты.

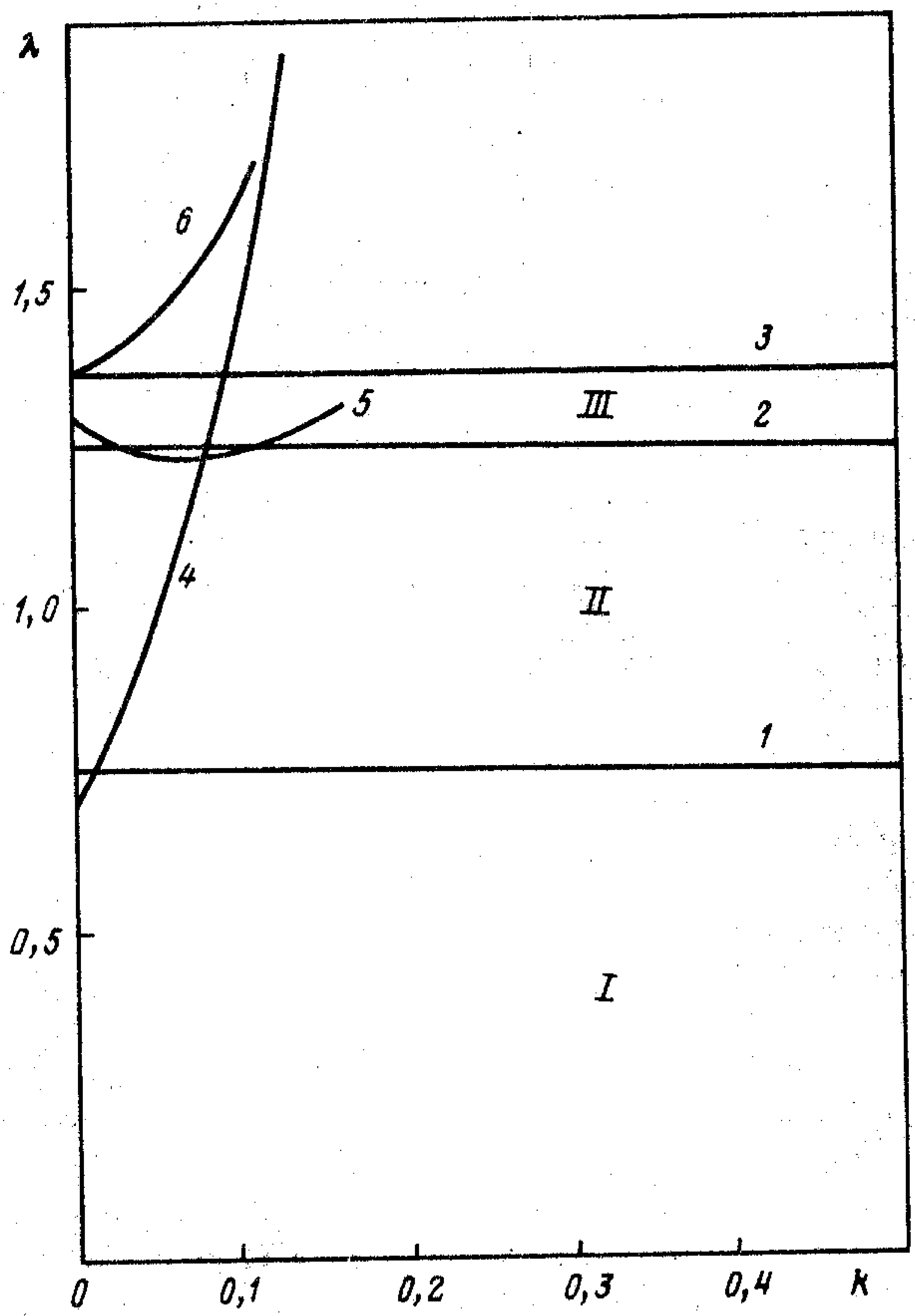


Рис. 2. Линия удвоения периода циклов T^0 (I), $2\,T^0$ (II), $4\,T^0$ (III) системы (1) на плоскости параметров (λ, k)

периода, сопровождаемая удвоением числа видов колебаний. В результате в окрестности критической точки формируется множество хаотических аттракторов. С увеличением надкритичности наблюдается последовательность слияния лент, причем в момент слияния происходит объединение двух "смежных" аттракторов, вплоть до формирования аттрактора, объединяющего все виды, порожденные исходным циклом.

Приведенные численные результаты свидетельствуют о достаточно хорошем соответствии результатам эксперимента и показывают особенности образования мультистабильности в системе с емкостной связью. Основные различия в динамике синфазно возбуждаемых осцилляторов с резистивной и емкостной связью заключаются в способе образования синфазных и несинфазных циклов при сохранении всего набора возможных колебательных режимов, причем простейшая математическая модель в виде (1) охватывает различные радиотехнические способы связи между подсистемами простым подбором соотношений диссипативной и инерционной составляющих (в терминах [10]) и достаточно хорошо отражает динамику связанных экспериментальных систем в широкой области значений параметров, а не только вблизи критической точки.

Выражаем признательность С.П. Кузнецову за полезное обсуждение работы.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Афраймович В.С., Веричев Н.Н., Рабинович И.М.* // Изв. вузов. Радиофизика. 1986. Т. 29. № 9. С. 1050.
2. *Анищенко В.С., Постнов Д.Э.* // Письма в ЖТФ. 1988. Т. 14. № 6. С. 569.
3. *Анищенко В.С., Арансон И.С., Постнов Д.Э., Рабинович М.И.* // Докл. АН СССР. 1986. Т. 286. № 5. С. 1120.
4. *Кузнецов С.П., Пиковский А.С.* // Изв. вузов. Радиофизика. 1985. Т. 28, № 5. С. 308.
5. *Афраймович В.С., Некоркин В.И., Осипов Г.В., Шалфеев В.Д.* Устойчивость, структуры и хаос в нелинейных сетях синхронизации / Под ред. Гапонова-Грехова А.В., Рабиновича М.И. Горький: ИПФ АН СССР, 1989.
6. *Kaneko K.* // Physica. 1989. V. 37D. N 1–3. P. 60.
7. *Kaneko K.* Collapse of Tori and Genesis of Chaos in Dissipative Systems. Singapore: World Scientific, 1986.
8. *Астахов В.В., Безручко Б.П., Пономаренко В.И., Селезнев Е.П.* // Изв. вузов. Радиофизика. 1988. Т. 31. № 5. С. 627.
9. *Астахов В.В., Безручко Б.П., Гуляев Ю.В., Селезнев Е.П.* // Письма в ЖТФ. 1989. Т. 15. № 3. С. 60.
10. *Кузнецов С.П.* // Изв. вузов. Радиофизика. 1985. Т. 28. № 5. С. 991.

Поступила в редакцию
30.07.90