

ОСОБЕННОСТИ ВОЗНИКНОВЕНИЯ КВАЗИПЕРИОДИЧЕСКИХ ДВИЖЕНИЙ В СИСТЕМЕ ДИССИПАТИВНО СВЯЗАННЫХ НЕЛИНЕЙНЫХ ОСЦИЛЛЯТОРОВ ПОД ВНЕШНИМ ПЕРИОДИЧЕСКИМ ВОЗДЕЙСТВИЕМ

В.В. Астахов, Б.П. Безручко,
С.П. Кузнецов, Е.П. Селезнев

1. Одно из развивающихся в настоящее время направлений анализа сложной нелинейной динамики многомерных и распределенных колебательных систем состоит в конструировании их моделей из элементов, блоков, представляющих собой более простые динамические системы с изученным поведением. Оказывается, что в динамике даже простейших составных моделей появляются новые закономерности и типы поведения, отсутствовавшие у индивидуальных элементов. Так, в системе из двух элементов, демонстрирующих переход к хаосу через последовательность удвоений периода, отмечалась возможность возникновения при введении связи квазипериодических движений [1, 2]. В настоящем сообщении этот феномен рассматривается экспериментально на примере системы двух периодически возбуждаемых нелинейных осцилляторов, принадлежащей к классу с дискретной группой симметрии по отношению к временным сдвигам [3]. Можно предположить типичность отмеченных закономерностей возникновения квазипериодических движений для всех фейгенбаумовских систем данного класса при диссипативном характере связи между элементами.

2. Исследуемая система состояла из двух подсистем, каждая из которых содержала колебательный контур с нелинейным элементом в виде p - n -перехода и цепь компенсации потерь. Элемент взаимной связи (резистор) включался между идентичными точками колебательных контуров. Оба контура возбуждались гармоническими сигналами одинаковой амплитуды от общего внешнего источника на частоте f_0 , близкой к собственным частотам контуров. Сдвиг фаз $\Delta \varphi$ между сигналами, воздействующими на подсистемы, мог при необходимости изменяться. Основные параметры системы: амплитуда внешнего воздействия V , уровень диссипации в контурах M и коэффициент связи между ними K .

Индивидуальная динамика изолированной подсистемы (при $K=0$) была подробно рассмотрена в работе [4]; исследования проводились в области параметров, где при увеличении амплитуды воздействия или при уменьшении уровня диссипации контур демонстрировал последовательность сменяющих друг друга режимов с периодами $T_0, 2T_0, 4T_0, 8T_0, \dots$ и переход к хаосу. $T_0 = \frac{1}{f_0}$ - период внешнего воздействия.

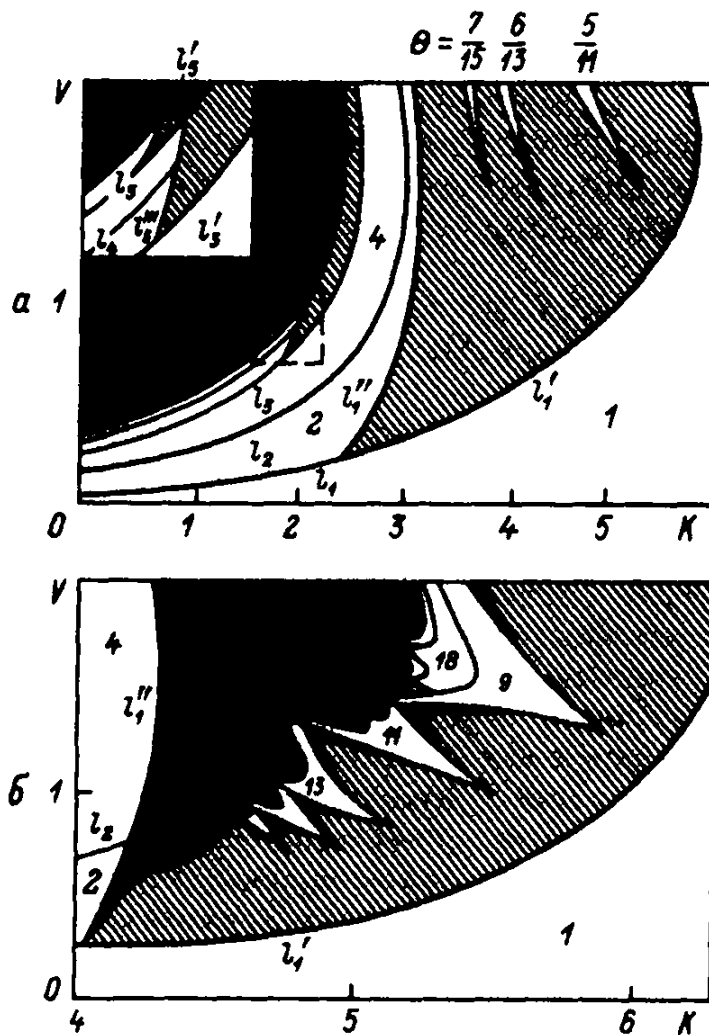


Рис. 1. Структура разбиения на характерные колебательные режимы плоскости параметров $V-K$ для фиксированных M : а) $M=M_1$ (слева сверху область, выделенная штрихами, приведена в более крупном масштабе); б) $M=M_2$ (показана структура лишь языка синхронизации с $\theta = \frac{4}{9}$). $M_1 > M_2$.

В связанных системах количество возможных режимов существенно возрастает. Чтобы их проклассифицировать, рассмотрим сначала случай исчезающе малой связи ($K \rightarrow 0$). Тогда каждый режим индивидуальной подсистемы с периодом $2^n T_0$, где $n=0, 1, 2, \dots$, порождает 2^n режимов динамики двух подсистем. Эти режимы различаются величиной сдвига временных реализаций колебаний подсистем $X_1(t), X_2(t)$ друг относительно друга на различное число периодов внешнего воздействия: $(\frac{\Delta \psi}{2\pi} + m) T_0$, $m=0, 1, 2, \dots, 2^n - 1$. Режимы, отвечающие разным конкретным m , будем классифицировать как различные виды колебаний. Возможность установления в системе того или иного вида колебаний определяется ее параметрами, способом возбуждения (значением $\Delta \psi$) и начальными условиями.

Например, при синфазном возбуждении ($\Delta\varphi = 0$) и $m = 0$ наблюдается идентичное движение подсистем $X_1(t) \equiv X_2(t)$ – однородный вид колебаний, а при $m \neq 0$ $X_1(t) \neq X_2(t)$ – неоднородные виды. При противофазном возбуждении ($\Delta\varphi = \pi$) все виды колебаний неоднородные. Развита классификация сохраняется и при введении связи между подсистемами, хотя при достаточно большом ее уровне некоторые виды колебаний могут оказаться нереализуемыми.

3. Эксперименты показывают, что квазипериодические движения в исследуемой системе возникают только на базе неоднородных видов колебаний. На рис. 1 показаны сечения пространства параметров, соответствующие фиксированным значениям M для $\Delta\varphi = \pi$, $m = 0$. Области периодических колебаний отмечены числами, обозначающими период в единицах T_0 , области квазипериодических режимов заштрихованы, хаотически – закрашены. При исчезающе малой связи $K \rightarrow 0$ система демонстрирует с ростом амплитуды воздействия V последовательность бифуркацией удвоения периода, завершающуюся возникновением хаоса. С увеличением связи K линии удвоений с нечетными номерами (l_1, l_2, l_3) расщепляются на две (l_n', l_n''), ограничивающие области квазипериодических режимов. Внутри этих областей имеет место характерная картина языков синхронизации Арнольда. Внутри языков реализуются резонансные циклы на торе с различными рациональными числами вращений θ . В первой области языки, имеющие достаточную ширину для их уверенного наблюдения в эксперименте, соответствуют циклам с числами вращения $\frac{4}{9}, \frac{5}{11}, \frac{6}{13}, \frac{7}{15}, \frac{8^x}{17} \dots$ ¹ Нетрудно заметить, что эта основная последовательность резонансов подчиняется соотношению $\theta_n' = \frac{n}{2n+1}$, ($n = 1, 2, 3, \dots$).

Цикл периода $2T_0$, который возникает при переходе через линию l_1'' , является в этой последовательности предельным: при $n \rightarrow \infty$ $\theta_n \rightarrow \frac{1}{2}$. Значения θ в языках синхронизации, которые удавалось зарегистрировать в других областях квазипериодических движений, позволяют предположить, что циклы периодов $8T_0$ и $32T_0$, возникающие при переходе через линии l_3'' и l_5'' , являются предельными при $n \rightarrow \infty$ для последовательностей $\theta_n^3 = \frac{1}{4}\theta_n'$ и $\theta_n^5 = \frac{1}{16}\theta_n'$ соответственно. Рассмотренная структура плоскости параметров ($V-K$) является типичной и для других неоднородных видов колебаний как при противофазном, так и при синфазном способе возбуждения. То есть квазипериодические движения возникают в областях, ограниченных „расщепившимися“ через одну линиями удвоения периода, в то время как на промежуточных сохранившихся линиях происходят просто бифуркации удвоения периода.

¹ Значения θ определялись по спектрам колебаний (см. рис. 2, а)

$$\theta = \frac{f_1}{f_0}.$$

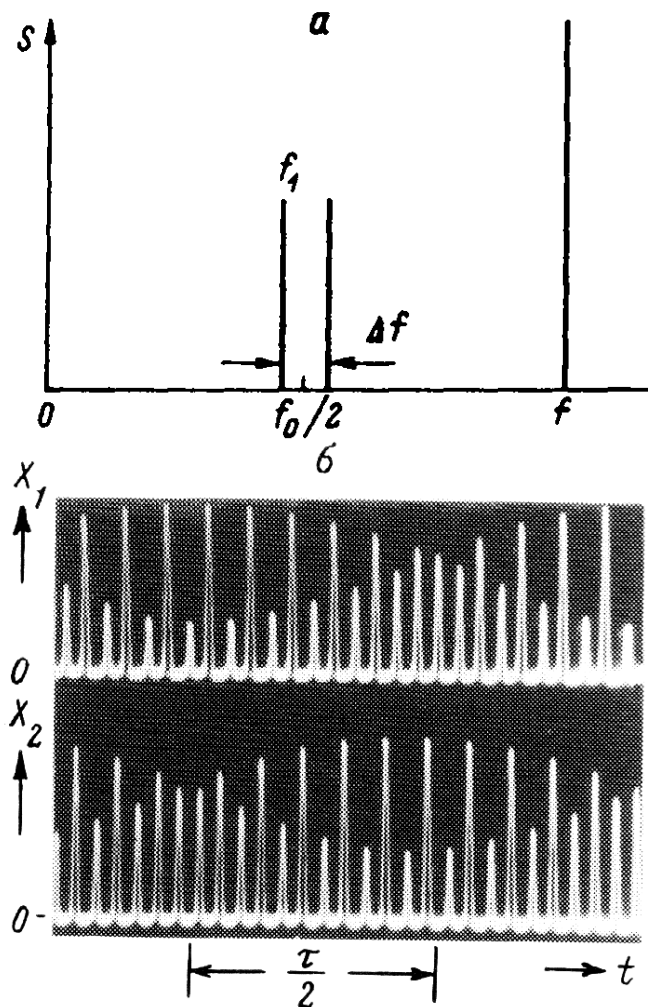


Рис. 2. Спектр (а) и временные реализации колебаний в подсистемах (б) в области квазипериодических колебаний вблизи линии \mathcal{L}_1 .

Отметим, что при уменьшении уровня диссипации языки синхронизации в областях квазипериодики расширяются и начинают перекрываться (рис. 1, б). При этом внутри языков и в их окрестности наблюдаются сценарии перехода к хаосу, типичные при разрушении квазипериодических движений [5–7]. Интересно, что внутри языка синхронизации также удавалось наблюдать характерное „расщепление” линии удвоения, образующее новую зону квазипериодических движений.

Размеры областей квазипериодических режимов максимальны в случае идентичных связанных систем. С увеличением степени неидентичности они уменьшаются и в конце концов исчезают.

4. В заключение остановимся на спектральных и временных характеристиках квазипериодических колебаний. При значениях параметров вблизи линии \mathcal{L}'_1 спектр имеет характерный вид; субгармоническая составляющая $\frac{f_0}{2}$ „раздвоена” на некоторую величину Δf , а временные реализации напоминают биения с периодом $\tau = \frac{1}{\Delta f}$ (рис. 2). Во времени колебательный процесс в системе может быть условно

разделен на участки протяженностью $\frac{\tau}{2}$, в пределах которых поочередно сохраняется форма колебаний, характерная для видов $m=0$ и $m=1$. Величина τ находится в обратной зависимости от коэффициента диссипативной связи между системами K . Аналогично, например, в области, расположенной между линиями $\mathcal{L}'_3, \mathcal{L}''_3$, в спектре „раздвоены“ нечеткие субгармоники $\frac{f_0}{8}$ и реализуются биения между видами колебаний с индексами $m=0$ и $m=4$. Таким образом, квазипериодические движения в рассматриваемой системе можно трактовать как своего рода нелинейные режимы биений между видами колебаний, которые при $K \rightarrow 0$ могли существовать независимо.

Л и т е р а т у р а

- [1] Yuan J.-H., Tung M., Feng D.H., Narducci L.M. Phys. Rev. Lett., 1983, v. 28, p. 1662-1666.
- [2] Кузнецов С.П. - Изв. вузов, Радиофизика, 1985, т. 28, с. 991-1007.
- [3] Пиковский А.С. - Изв. вузов, Радиофизика, 1986, т. 29, с. 1438-1446.
- [4] Астахов В.В., Безручко Б.П., Селезнев Е.П. - Письма в ЖТФ, 1987, т. 13, с. 449-452.
- [5] Riela G. - J. Stat. Phys. 1985, v. 41, p. 201-224.
- [6] Афраймович В.С., Шильников Л.П. Инвариантные двумерные торы, их разрушение и стохастичность. В кн.: Методы качественной теории дифференциальных уравнений. Горький, 1983, с. 3-25.
- [7] Анищенко В.С. - ЖТФ, 1986, т. 56, с. 225-237.

Институт радиотехники
и электроники АН СССР
(Саратовский филиал)

Поступило в Редакцию
30 июля 1987 г.