Часть I. *Модели и прогноз*

Но неизвестно будущее, и стоит оно пред человеком подобно осеннему туману, поднявшемуся из болот.

Н.В. Гоголь. «Тарас Бульба», гл. V

Угадывание уравнений, по-видимому, – очень хороший способ открывать новые законы.

Р. Фейнман. «Характер физических законов»

Глава 1. Понятие модели. Чем замечательны модели математические

1.1. Что будем называть моделью и моделированием

Словарь иностранных слов сообщает, что слово «модель» происходит от латинского «modulus» – мера, образец, норма. Этот термин использовался в трудах по строительному искусству за несколько веков до нашей эры. В современном употреблении с ним связан практически необозримый круг материальных объектов, знаковых структур и идеальных образов – от образцов одежды и стройных женщин, уменьшенных копий кораблей и самолетов, различных рисунков и графиков, до математических уравнений и вычислительных алгоритмов. Приступая к определению модели, вспомним о трудностях строгого введения понятий и о классических примерах. Так, при определении «колебаний» и «волн» среди лекторов соответствующего учебного курса принято повторять шутку Л.И. Мандельштама, иллюстрировавшего проблему на примере термина «куча» (сколько и каких сваленных предметов заслуживают этого названия?), а также его сравнение введения строгих определений на начальном этапе изучения вопроса с «пеленанием колючей проволокой». К классическим примерам безнадежности попыток дать всеобъемлющие формулировки относятся термины «лысина», «лес» и т.п. Поэтому мы не будем подробно останавливаться на анализе многих существующих определений «модели» и «моделирования». Любое из них отражает цели и вкусы автора и по-своему правильно, но остается ограниченным, оставляя в стороне часть достойных внимания объектов или свойств.

Мы будем понимать под ***моделью*** *– нечто (идеальные образы, материальные или знаковые конструкции), чье множество свойств пересекается с множеством свойств оригинала (объекта) в области существенной для достижения цели моделирования*, а под ***моделированием*** *– процесс создания и использования модели.* Здесь

оригиналом или объектом названо то, на что направлено моделирование – предмет, явление, процесс. Идеальным – мыслимое человеком, существующее в его голове; знаковыми конструкциями – абстракции в виде формул, графиков, последовательностей символов и т.п. Множеством свойств – совокупность, набор свойств, а пересечением – их совпадение. Другими словами, ***модель*** *– нечто, похожее по своим свойствам на оригинал, создаваемое и/или используемое человеком для реализации своих целей.*

Сказанное иллюстрирует рис.1.1 на примере моделирования авиалайнера. Будем считать, что каждая точка плоскости рисунка соответствует некоторому свойству: белый, синий, большой, металлический, планирует, и т.д., а линии ограничивают множества свойств объекта и моделей. Модели могут быть разными, более или менее богатыми свойствами. Они могут быть устроены даже сложнее, чем объект. Разными по величине могут быть и области пересечения свойств модели и объекта – от микроскопических до полного включения одного множества в другое. Выбор той или иной модели определяется целью моделирования. Так, для моделирования формы лайнера подойдет его уменьшенная копия на подставке (модель 1); при этом в область пересечения попадают точки плоскости, соответствующие, например, пропорциям элементов и цвету.

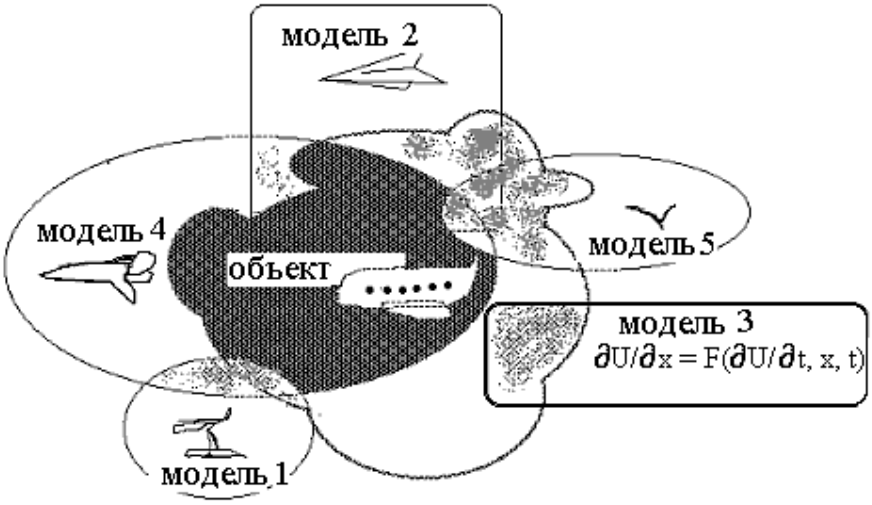

Рис.1.1. Иллюстрация определения модели. Заштрихованы области пересечения свойств, для объекта они ограничены жирной линией, для моделей – более тонкими

Способность планировать лучше моделирует бумажная «галка» (модель 2) – специальным образом свернутый лист бумаги. В области пересечения свойств в этом случае окажутся свойства, ответственные за такой полет, а цвет и форма становятся несущественными. Способность крыльев самолета вибрировать может быть промоделирована с помощью

математических уравнений (модель 3). В этом случае совпадает колебательно-волновой характер движений крыльев и решений модельных уравнений. Способностью перемещаться по воздуху самолет похож на птицу (модель 5), хотя принцип полета совсем другой, да и биологические системы имеют иной, более высокий, уровень организации. В качестве достаточно полных моделей лайнера могут быть использованы любые другие самолеты (модель 4), но полностью идентичен себе лишь он сам. Представленный рисунок тоже является моделью – моделью нашего определения.

Все может быть моделью всего при условии, что свойства модели и объекта в чем-то совпадают и это способствует достижению цели. Модель может существовать, например, или у нас голове в виде определенной связи между нейронами, или в виде символов на бумаге, или в профиле намагничения на магнитном диске компьютера, а может быть изготовлена, например, из металла или из дерева. Так, кирпич хорошо моделирует форму базового блока персонального компьютера, и наоборот. Компьютер моделирует многие интеллектуальные способности человека и наоборот.

Сформулированное нами определение модели, в отличие от формулировок типа «модель – избирательное абстрактное копирование свойств оригинала», «упрощенное представление оригинала», «карикатура на объект», не предполагает пассивного копирования действительности, вроде получения плоских изображений «объемного» мира на фотографиях. Модели сами играют роль «фотоаппаратов», «очков», «фильтров», через которые мы рассматриваем мир. «Активность» моделей состоит в том, что результаты наблюдения – то, как мы воспринимаем факты, – зависят от имеющихся на момент «съемки» представлений. Фиксирование следующего кадра ведется через предыдущий и под влиянием предыдущего. То есть само отражение, восприятие действительности зависит от моделей, имеющихся у наблюдающего эту действительность субъекта. Более того, нас самих, как личности, характеризует набор моделей, которыми мы оперируем, используем на практике.

Хорошей аналогией активной познавательной роли модели является фонарь, освещающий некоторую область в окружающей тьме (в общем случае – тьме незнания). Другим удобным образом, хорошо иллюстрирующим некоторые черты познания мира человеком, является «укутывание» предмета изучения в «одежды» имеющихся моделей. Знания, которые накопил каждый из нас у себя в голове, подобны нашему гардеробу – набору платьев и обуви в шкафу. Чем разнообразнее и больше этот набор, тем шире наши возможности в оценке происходящих событий. По этому поводу уместно пересказать следующую фантастическую историю.

«…За окном сильно зашипело, затем со звоном разлетелось большое оконное стекло и вместе со свежим летним воздухом в комнату влетело нечто непонятное – полупрозрачное, почти невидимое, размазанное и студенистое – и шлепнулось прямо посреди зала. «Пришелец!» – вырвалось у кого-то из любителей фантастики, присутствующих на распродаже. Отошедшие от испуга продавцы и покупатели, просто зеваки, пара оказавшихся рядом полицейских и несколько откуда-то появившихся репортеров сгрудились около неведомого. Оно почти не шевелилось и постепенно становилось практически невидимым, как стекло на окне ранней весной и поздней осенью после первой и последней в году моек.

Толпа все разрасталась и заполняла магазин. В ней шло оживленное обсуждение: кого к нам прислал Космос. Большинство, неиспорченное чтением фантастики, склонялось к мысли, что оно совсем не «Оно», а «Он» – человек, только какой-то деформированный, необычный, не совсем наш. Но тогда у Него должна быть голова! Наиболее смелые и настырные из первых рядов предложили проверить версию. Чтобы не обжечься или не подцепить какой-нибудь заразы, решили, не прикасаясь, примерить на Него имеющиеся модели одежды, которой было полно на прилавках и в шкафах магазина. На полке ближайшего шкафа быстро разжились несколькими экземплярами головных уборов разных фасонов и размеров и начали прилаживать на Него сверху. Шляпы действительно садились на место – не совсем ровно, но и не скатывались. Лучше всего сидела небольшая подростковая лыжная шапочка. Поэтому решили, что голова действительно есть, хоть и очень маленькая для такого тела (рис.1.2). Репортеры из толпы растолкали соседей и побежали к телефону первыми сообщать в редакции новость о человекообразности пришельца. Между тем исследователи в первых рядах, следуя логике, проверили и наличие других, присущих человеку черт. На пришельца после небольших усилий налезли и пиджак и брюки. Это уже было неопровержимым доказательством визита родственного человеку существа – у нас тоже есть руки и ноги, которые мы по утрам засовываем в костюм. Исследовательские эксперименты силами энтузиастов из первого ряда не прекращались. Сели на место – ниже штанин – и сапоги, но они плохо фиксировались, проворачивались на ногах по кругу и быстро сваливались.

Рис.1.2. Иллюстрация к рассказу

Удивляться было особенно нечему: ясно, что прилетел не совсем обычный человек или, может быть, инвалид с недоразвитыми ступнями.

С этой версией согласились все, включая зевак из задних рядов толпы, которым и так ничего не было видно. Интерес к проблеме стал затихать, толпа постепенно рассасывалась. Умчались в поисках новых сенсаций репортеры. Рядом с пришельцем, кроме представителя местной администрации, который организовывал охрану и эвакуацию гостя в ближайший институт Академии наук, десятка зевак и продавцов магазина, остался единственный самый упорный исследователь – довольно растрепанный и не совсем нормального вида. С помощью помощников – мальчишек, которые доставали с полок и подавали ему разную одежку и обувь, – он настойчиво прикладывал, прилаживал, примерял оказавшиеся в его руках модели к пришельцу. Упорство было вознаграждено открытием – кроме ног, сапоги хорошо пристраивались на боках «почти человека» – рядом с боковыми карманами пиджака! Это не осталось незамеченным оставшимися зеваками. По комнате пошел шепоток, а потом прорезались и громкие голоса: «А человек ли это? У людей на боках ног не бывает!» На шум стали подтягиваться любопытные, откуда-то опять примчались и убежали звонить в редакции репортеры – пришелец из «Он» опять превращался в «Оно» и это не могло не волновать читателей. Недоумение в магазине продолжалось до того момента, как один из зевак – бывший моряк, избороздивший океаны и повидавший многое, – не предположил: «Да это же, похоже, осьминог!» Упорный растрепанный исследователь с помощниками быстро проверили версию. Результаты обнадеживали – обнаружилось много «щупалец», на которые надевались штаны и пиджаки, повисали шляпки и сапоги, которые ранее по недомыслию принимали за человеческие голову и конечности. Столько конечностей у человека не бывает. Через час новая сенсация потрясла читателей газет и слушателей радио…»

Рассказанная история поучительна. Ее даже можно было бы продолжить. Люди искали в пришельце то, о чем имели сформировавшееся представление. Образ человека – первое, что пришло всем в голову. Не было бы в толпе моряка, в голове которого уже существовал образ осьминога, вторая версия или не появилась бы совсем или появилась бы много позже. Так и в процессе познания природы ведущую роль играет ученый, сумевший «сгенерировать» модель пока неведомого. Мы – люди – воспринимаем из увиденного только то, о чем знаем, моделью чего мы располагаем. Тысячелетние наблюдения ученых древности подтверждали правильность геоцентрической теории: и сегодня Солнце на наших глазах «облетает» Землю, двигаясь с востока на запад по небосклону. Но сейчас любой школьник объяснит это вращением Земли вокруг своей оси и найдет дополнительные доказательства. «Глаза того не зрят, чего не видит

разум. Чем ум твой овладел, то и увидишь глазом» (М.А. Бедель) [149, с.19]. Из современных примеров правильности этих слов индийского поэта XVII века можно привести обнаружение феномена динамического хаоса. До середины 20 века сложное непредсказуемое поведение связывалось со сложностью, многоэлементностью рассматриваемых систем (толпа, совокупность молекул и т.п.). Но, когда в 60-е годы сложились современные представления о хаосе и появились простые маломерные динамические модели с хаотическим поведением, началось массовое прозрение и нерегулярные, неповторяющиеся движения стали наблюдать даже на маятниках дедушкиных часов. Для этого потребовалось, чтобы в «гардероб» моделей внедрились образцы нелинейных отображений и дифференциальных уравнений с хаотическим поведением, о которых мы поговорим в следующих главах.

Для полноты картины в заключение обсуждения терминов «модель» и «моделирование» приведем некоторые слова по этому поводу специалистов разного профиля. Вот высказывание одного из представителей мира философии, М. Вартофского: «В отличие от других животных, люди сами создают себе репрезентации (представления) того, что мы делаем или хотим, – артефакты или модели. Модель – это не просто копия существующего, но и представление будущей практики. Мы приобретаем знания с помощью моделей» [52]. В определении, почерпнутом из книги академика Н.Н. Моисеева – выдающегося специалиста по математическому моделированию, существенно повлиявшего на умы власть имущих своими исследованиями модели «ядерной зимы», – тоже подчеркивается место моделей в познавательном процессе. «…Мы можем мыслить только образами, приближенно отражающими реальность. Любое абсолютное знание, абсолютная истина, как говорят философы, познается через бесконечную асимптотическую цепочку истин относительных, приближенно отражающих те или другие черты объективной реальности. Вот *эти относительные истины и называются моделями или модельным описанием*. Модели могут формулироваться на любых языках: русском, английском, французском и др. Они могут использовать язык графических построений, язык химии, биологии, математики и т.д.» [121]. В качестве примера высказываний людей, настроенных более технически, можно привести слова из учебника по математическому моделированию В.С. Зарубина, недавно изданного в МГТУ им. Н.Э. Баумана [80]: «С достаточно общих позиций математическое моделирование можно рассматривать как один из методов познания реального мира в период формирования так называемого информационного общества, как интеллектуальное ядро быстро развивающихся информационных технологий. Под математическим моделированием в технике понимают адекватную замену исследуемого

технического устройства или процесса соответствующей математической моделью и ее последующее изучение методами вычислительной математики с привлечением средств современной вычислительной техники. Поскольку такое изучение математической модели можно рассматривать как проведение эксперимента на ЭВМ при помощи вычислительно-логических алгоритмов, то в научно-технической литературе термин «вычислительный эксперимент» часто выступает как синоним термина «математическое моделирование». Содержание этих терминов принято считать интуитивно понятным и обычно его подробно не раскрывают». Можно согласиться с автором последней книги и в том, что интуитивное понятие «модели» и «моделирования» имеется практически у каждого студента технического вуза. Сюда можно добавить и любого представителя точных наук и просто грамотного человека, т.к. все существующее знание об окружающем человека мире модельно по своей сути и форме. Мы же для определенности, говоря о моделях и моделировании, будем придерживаться определений, данных в начале параграфа, а закончим его цитатой из М. Вартофского. «Каждая модель фиксирует определенное отношение к миру или моделируемому объекту и вовлекает в это отношение своего творца или пользователя. Поэтому из модели всегда можно реконструировать субъекта моделирования – это индивид, который находится с миром … в отношении, выраженном в данной модели» [52]. Другими словами, мы – то, чем (какими моделями) мы оперируем.

1.2. Наука, научное знание, систематизации научных моделей

Все знание модельно, но мы ограничим рассмотрение лишь моделями, отражающими научное знание. Наука – сфера человеческой деятельности, функцией которой является выработка и систематизация объективных знаний о действительности; она использует специфические методы и опирается на определенную этику. Объективным, в соответствии с материалистическими взглядами, считают такое содержание человеческих представлений, которое «… не зависит от субъекта, не зависит ни от человека, ни от человечества». Возможно ли это в принципе, оставим на обсуждение философам, а сами лишь упомянем два более конкретных критерия научности знания (его объективности, истинности).

Это принцип *верификации* (подтверждения) – нахождение подтверждения в эксперименте. Такой подход отвергается, например, сторонниками школы известного западного философа Карла Поппера [141]. Их довод – всегда можно подобрать примеры подтверждающие, а поэтому следует использовать противоположный подход, а именно, принцип *фальсификации* (дискредитации), согласно которому научная система знаний должна допускать опровержение опытным путем. Другими

словами, научные теории должны допускать рискованный эксперимент. Согласно этому принципу, например, астрономия – наука, т.к. можно поставить эксперимент, который может дать отрицательный результат (вопреки сделанному прогнозу) и позволит опровергнуть высказывание, а астрология – не наука. Но и на школу Поппера нападают другие философы и теоретики науки, говоря, что «…сам принцип фальсифицируемости не выдерживает проверку на фальсифицируемость». Даже эта полемика демонстрирует сложность поднятого вопроса, т.к. он имеет отношение к одному из вечных вопросов философии – проблеме объективности истины. Мы же далее ограничимся примерами моделирования объектов, рассматриваемых классической физикой, биологией и другими отраслями знаний, традиционно считающихся научными, и уклонимся от ситуаций, моделирование которых требует профессиональной постановки мировоззренческих вопросов.

Науку отличает стремление к максимально обобщенному, обезличенному знанию и использование методов, способствующих этому (измерение, математические выкладки, расчеты). В некотором смысле максимально обезличено знание, представленное на языке математики, в основе которой лежит максимально формализованное понятие – число. Выражение $1 + 1 = 2$ (в десятичной системе счисления) одинаково воспринимают и ученый, изучающий колебания маятника, и торговец фруктами на базаре. Существуют даже экстремистские высказывания крупных ученых о том, что в том или ином занятии столько науки, сколько там математики [167].

В противоположность науке, искусству (эстетическому, художественному подходу) свойственно индивидуально-личностное восприятие действительности. При таком подходе один и тот же объект наблюдения, например, картина, одним покажется тяжелым и мрачным, другим видится утонченным и светлым, а третьим – просто неинтересным. Но между наукой и искусством нет резкой границы. Так, в построениях науки (структуре теории, в математической формуле, схеме, идее эксперимента) существенную роль нередко играет эстетический элемент, что специально отмечалось многими выдающимися учеными. Например, критерий внутреннего совершенства Эйнштейна (см. ниже, п. 1.7) близок к эстетическому. Наука тоже вторгается на территории, ранее безраздельно принадлежащие искусству. Так, современные подходы нелинейной динамики к оценке сложных объектов с помощью таких специальных мер, как корреляционная и обобщенная размерность, применяются к массивам нотных записей и текстов для оценки красоты музыки и «интересности» текстов.

Часто, когда не известно, как дать четкие рекомендации (алгоритм) решения задачи, говорят об искусстве. В эти слова вкладывается

необходимость присутствия мастера, интуиция и индивидуальные природные качества которого облегчают достижение цели. Этот смысл вкладывается и в слова «искусство моделирования», которые присутствуют во многих книгах по математическому моделированию. Но проходит время, растет знание и обычно то, что раньше было «искусством», переходит в разряд техники, ремесла, доступного многим или всем. Например, с развитием полупроводниковых технологий искусство создания хороших транзисторов, ранее доступное лишь избранным мастерам, стало рутинной работой промышленных роботов.

Очень важной особенностью научного подхода является систематизация[1] знания. Из существующих систематизаций научных моделей отметим четыре: по степени общности, по закону функционирования, по основанию для переноса результатов моделирования, а в следующей главе фактически добавим к этому списку систематизацию «по происхождению».

По степени общности модели отличаются широтой охвата явлений и объектов реального мира. В соответствии с этой классификацией модели можно выстроить в виде пирамиды [131]. На ее вершине находится научная картина мира, ярусом ниже – космологическая, физическая, биологическая картины мира. Еще ниже – теории высшего уровня общности, к которым отнесены теория относительности, квантовая теория, теория твердого тела, теория непрерывных сред. Ярусом ниже – теории среднего уровня общности, к которым автор относит термодинамику, теорию упругости, теорию колебаний, теорию устойчивости и т.п. Последние нижние ярусы пирамиды занимают частные теории (например, тепловых машин, сопротивления материалов, автоматического регулирования) и научные законы (например, Ньютона, Кирхгофа, Кулона). В самом низу, в основании пирамиды, располагаются частные модели объектов и явлений – технических процессов, непрерывные и дискретные модели процессов эволюции и т.д. Чем выше место модели в этой пирамиде, тем больше объектов она охватывает. Но каждый уровень имеет значимость при решении определенного круга задач. Так владение квантовой теорией не гарантирует изготовления хорошего лазера, для этого требуются еще и частные модели.[2]

---

[1] Наряду с понятием систематизации существует понятие классификации. Второе отличается от первого большей строгостью – жесткостью границ между классами. В основу того и другого кладется некоторый набор признаков, свойств. Например, пуговицы можно классифицировать по цвету, форме, числу дырочек, способу крепления и т.п.

[2] Следует заметить, что в литературе существует мнение о необходимости более узкого понимания термина «модель» – оставить за ним лишь то, что не покрывается терминами «теория», «гипотеза», «формализм».

По **закону функционирования** модели делятся на *логические* (идеальные [59]) и *материальные*. Первые функционируют по законам логики в сознании человека, а вторые – по законам природы[3]. В свою очередь, логические модели делятся на *образные, знаковые и образно-знаковые*. Образные (иконические) выражают свойства оригинала с помощью наглядных элементов, имеющих прообразы в материальном мире. Пользуясь определением «понятного», как привычного и чувственно воспринимаемого [117], можно сказать, что образные модели наиболее «понятны» людям.[4] Так, в кинетической теории газов частицы наглядно моделируются упруёгими шариками. Для наглядного моделирования электроемкости (способности тела порождать электрическое поле при заряде, $C = q/\varphi$, где q – заряд, φ – потенциал заряженного тела) удобно использовать в качестве прообраза ведро с водой, опыт общения и чувственного восприятия которого имеется у всех. При этом установившийся уровень воды в сосуде h используется как аналог значения потенциала φ, а объем налитой воды $V_в$ – как аналог заряда q. Тогда в качестве аналога электроемкости выступает величина $C_в = V_в/h = S$, равная площади поперечного сечения сосуда S, а не объему, как подсказывает при слове «емкость» бытовой опыт. Величина $C_в$ тем больше, чем шире дно цилиндрического сосуда (ведра). Предельное количество жидкости, которое может накопить сосуд-аналог, ограничена лишь предельным давлением, которое могут выдержать его стенки. Это аналогично тому, как предельный заряд конденсатора определятся электрической прочностью окружающего диэлектрика. При неизменном поперечном сечении сосуда величина $C_в = const$, а если поперечное сечение меняется с высотой $S = S(h)$, величина $C_в$ становится функцией уровня жидкости h. Аналогичным свойством обладает, например, электроемкость варактора – полупроводникового конденсатора, – с помощью которого мы переключаем телевизионные каналы. Она является функцией напряжения на этом популярном элементе. Так, наглядная образная модель в виде сосуда с жидкостью может быть использована для формирования представления о нелинейности [40].

---

[3] Отражают ли логические модели закономерности природы? Судя по тому, что вид «homo sapiens» успешно конкурирует с другими биологическими видами, не обремененными сознанием и логикой, распространился по всем континентам, достиг глубин океана и космоса, он правильно оценивает закономерности эволюции и взаимосвязи объектов в природе. Значит, логические модели имеют объективное содержание.

[4] Сказанное в первую очередь можно отнести к людям с более развитым «левым» полушарием мозга, у которых чувственное преобладает над логическим.

Знаковые (*символические*) модели выражают свойства оригинала с помощью условных знаков и символов. К ним относятся математические выражения и уравнения, физические и химические формулы. К образно-знаковым моделям относятся схемы, графики, чертежи, графы и т.п.

В свою очередь, материальные модели могут быть *физическими*, если они материально однородны с оригиналом, или *формальными*. В свою очередь материальные модели делят на *функциональные* – отражающие функции оригинала (бумажная «галка» как модель самолета); геометрические – отражают геометрические свойства объекта (вспомним настольную модель самолета); функционально-геометрические – как, например, летающая модель, отражающая и форму самолета. Встречается также разделение на функциональные и структурные модели [59] и пр. [126, 173].

По классификационному признаку **основания для переноса свойств модели на оригинал** модели делятся на следующие группы:

1) **условные** – выражают свойства оригинала на основании соглашения, договоренности о смысле, который приписывается элементам модели. Так, все знаковые модели, в том числе математические, являются условными. Например, в качестве модели роста популяций одного вида, регулируемого эпидемической болезнью, Мэй в 1976 г. предложил одномерное отображение $x_{n+1} = x_n \exp(r(1 - x_n))$, где x_n характеризует число особей в n-й момент времени, а параметр r связан с условиями заражения в соответствии с договоренностью, сопровождающей моделирование;

2) **аналогичные** – обладают сходством с оригиналом, достаточным для перехода к оригиналу на основании умозаключения «по аналогии». Так, если объект O_1 обладает свойствами $c_1, c_2, ..., c_{N-1}, c_N$, а объект O_2 – свойствами $c_1, c_2, ..., c_{N-1}$, то можно предположить, что второй объект будет обладать и свойством c_N. Это умозаключение имеет гипотетический характер. Оно может привести как к истинному, так и к ложному результату. Пример неудачи: аналогия между движением жидкости (O_1) и процессом распространения тепла (O_2) привела в свое время к неправильному выводу о существовании теплорода. Позитивным примером является успешное замещение организма человека организмом животного при изучении влияния лекарственных препаратов;

3) подобные – позволяют обеспечить строгий пересчет данных модели в данные оригинала [23]. Речь идет о полной математической аналогии при наличии пропорциональности между сходственными переменными, которая сохраняется при всех значениях переменных. Два объекта подобны, если выполняются два условия:

а) они имеют сходственное математическое описание. Например, из выражений $z = x\cos y$, $u = 2v\cos 3w$, и $p = \varphi \cdot s\cos(2p-1)$ первые два сходственные, а третье не сходственно с ними. Сходственными являются уравнения движения, записанные для пружинного и математического маятников: $d^2x/dt^2 + (g/l)x = 0$ и $d^2x/dt^2 + (k/m)x = 0$;

б) сходственные переменные, содержащиеся в математических выражениях, связаны постоянным коэффициентом пропорциональности (постоянной подобия). Например, формула $x^2 + y^2 = R^2$ при различных R определяет подобные друг другу (концентрические) окружности.

1.3. Обман чувств и интуиция. Спасение математикой

Люди воспринимают не непосредственно наблюдаемый объект, а информацию о нем, которую дают органы чувств; т.е. получают не картину объективной реальности, а картину отношений между человеком и реальностью. На основе чувственного восприятия формируются образные модели. Но, говоря об образных моделях, не следует их полностью отождествлять с образами, рожденными через органы чувств необремененного научным знанием человека, как это делали наши предки. Образы могут формироваться в процессе обучения (в семье, школе, вузе, компании) или в процессе собственной практики (научной деятельности, участия в производстве). Соответствие образов реалиям приходится контролировать с учетом погрешностей чувственного восприятия, возможных заблуждений учителя, ошибочности сложившихся на данном этапе исторического развития научных представлений, и т.п.

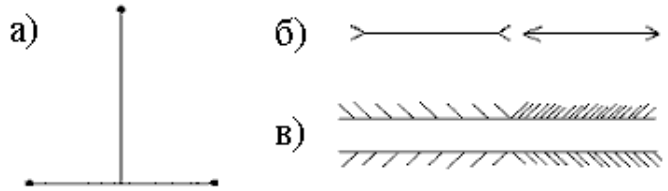

Рис.1.3. Примеры обмана зрения

То, в какой мере можно полагаться на органы чувств, демонстрируют следующие примеры, заимствованные из книги М. Клайна [91]:

1) два одинаковых отрезка на рис.1.3,а, представленных слева, кажутся разновеликими – нижний короче верхнего;

2) одинаковые отрезки на рис.1.3,б визуально «меняют» длину при различны способах расставления стрелок на их концах;

3) способ штриховки двух параллельных линий (рис.1.3,в) влияет на их кажущийся наклон;

4) при определении температуры воды рукой результат меняется в зависимости от того, в тепле или в холоде она до этого находилась;

5) рецепторы на языке утомляются и адаптируются так, что вкусовые ощущения тоже зависят от предыстории (сладкое через какое-то время будет казаться менее сладким);

6) ощущения водителем скорости передвижения через некоторое время после того, как машина разогналась, притупляются.

Эти и многие другие примеры демонстрируют ненадежность информации, получаемой через органы чувств и чувственной интуиции, – той интуиции, которая формируется как результат взаимосвязи опыта, чувственных восприятий и грубых догадок. Интуиция качественно меняется, если опирается на научное знание и, в первую очередь, на математику. Например, научный анализ движения на основе понятий динамики позволяет более правильно ответить на вопрос, как должно быть направлено ружье при стрельбе в мишень, которая начинает падать в момент выстрела или куда упадут ключи, выпавшие на ходу у вас из руки. Чувственная интуиция подсказывает варианты наклонить ствол к земле, а ключи искать где-то сзади. Научный же анализ говорит о том, что ствол должен быть горизонтален и направлен в начальную точку расположения мишени, а ключи упадут у ноги, как если бы Вы стояли. С опытом научного подхода к оценке фактов меняется и интуиция. Основанная не на чувственном, а на научном знании, в частности, с использованием математических приемов, она становится средством движения вперед, к поиску новых знаний.

Непостижимая эффективность математики заслуживает отдельного обсуждения. Математика – наука о количественных отношениях и пространственных формах действительного мира – появилась как *набор полезных правил и формул* для решения практических задач, с которыми люди сталкивались в повседневной жизни. Ее начали создавать еще цивилизации Древнего Египта и Вавилона около 3 тысячелетия до н.э. [91, 138]. Но только приблизительно в 6 веке до н.э. древние греки уловили возможность использования математики в качестве инструмента для получения новых знаний. Речь идет о неоднократно подтвержденных научной практикой случаях, когда результат сначала предсказывается на бумаге, а только потом специально поставленным экспериментам удается найти новое – доселе не известное человеку. Так, например, из расчета траекторий движения небесных тел обнаруживались неизвестные планеты и их спутники; на бумаге было предсказано искривление светового луча при его прохождении в окрестности тела большой массы и т.д.

Достоверных документов, способных рассказать, что заставило греков прийти к новому пониманию математики и ее роли, не сохранилось. Существуют лишь более или менее правдоподобные догадки историков. По одной из них, греки обнаружили противоречия в результатах по

определению площади круга, полученных в Вавилоне, и стали выяснять, какой из результатов верен. По другой – новая дедуктивная математика ведет родословную от аристотелевой логики, возникшей в пылу дискуссий на общественно-политические темы. По-видимому, математика *как логический вывод и средство познания природы* появилась в связи с тем, что к 6 веку до н.э. сложилось миропонимание, сводящееся к следующему: природа построена рационально, а явления протекают по точному плану, который в конечном плане является математическим, человеческий разум всесилен, а поэтому упомянутый план можно познать. Основанием к оптимизму являлось, например, осознание общности формы Луны, мяча и еще целого ряда предметов, открытие зависимости высоты звука, издаваемого струнами, от их длины и того, что гармонические созвучия издают струны, длины которых относятся как некоторые целые числа[5]. В результате подобных наблюдений родились два основополагающих утверждения: 1) природа устроена на математических принципах, 2) числовые соотношения – основа, единая сущность и инструмент познания порядка в природе.

Шли века, под натиском римских и мусульманских завоевателей погибла греческая цивилизация, но математика осталась. Поднимались на историческую арену и уходили вожди и народы, а вместе с человечеством развивалась математика, менялись взгляды на ее роль и значимость для человеческого сообщества. Наибольшее развитие она получила в последние столетия и заняла свое особое место в науке и среди инструментов познания мира. В итоге сформировалось то, что называют математическим методом, имеющим следующие характерные особенности:

1) *введение основных понятий*, одни из которых подсказаны непосредственно реальным миром (точка, линия, целое число, …), а другие созданы человеческим разумом (функции, уравнения, матрицы, …). Интересно, что часть понятий вовсе лишена интуитивной основы (подсказки природы), например, отрицательные числа. Такие понятия принимались научной общественностью с трудом, лишь после демонстрации их несомненной полезности;

2) *абстрактность.* Понятия математики охватывают существенные черты разнородных объектов, отвлекаясь от их конкретной природы. Так, прямая отражает свойства всех натянутых веревок и канатов, краев линеек, траекторий световых лучей в комнате;

---

[5] Так, когда колеблются две одинаково натянутые струны, одна из которых вдвое длиннее другой, музыкальный интервал между издаваемыми звуками составляет октаву.

3) *идеализация.* Говоря о линии, математик отвлекается от толщины меловой линии, принимает Землю за идеальную сферу и т. д;

4) *используемый метод рассуждения.* Он является наиболее существенной особенностью и опирается на принятие аксиом (истин, не требующих доказательств) и дедуктивный (использующий определенные законы логики) способ доказательства, позволяющий получать заключения, не менее надежные, чем исходные посылки;

5) *использование специальных символов.*

Математических систем очень много, но более совершенной считается та, в которой меньше аксиом. Эти математические «игры» оказываются очень полезными, демонстрируя находки, которые позволяют лучше разобраться в реальном мире. Математика полезна особенно там, где речь идет о деталях сложных явлений, когда установлены основные законы. Например, если сравнивать с шахматами, то законы – правила игры, по которым движутся фигуры, а математика проявляет себя при подсчете вариантов. В шахматах законы можно сформулировать на русском, английском языках, а в физике даже для их формулировки нужна математика.

Р. Фейнман отмечает, что «...нельзя честно объяснить все красоты законов природы так, чтобы люди воспринимали их одними чувствами, без глубокого понимания математики. Как ни прискорбно, но, по-видимому, это факт» [167]. Причину он видит в том, что математика не просто язык, а язык плюс рассуждение, язык плюс логика. «Угадывание уравнений, по-видимому, очень хороший способ открывать новые законы», – замечает он.

В чем причина исключительной эффективности математики? Почему возможно такое превосходное соответствие математики с реальными предметами и явлениями, если сама она является произведением человеческой мысли? Может ли человеческий разум без всякого опыта, путем только размышлений понимать свойства реальных вещей? Согласуется ли природа с человеческой логикой? Почему в тех случаях, когда явление понято нами и приняты соответствующие формулировки (аксиомы), сотни следствий оказываются столь же применимыми к реальному миру? Эти вопросы находятся в «списке» вечных вопросов философии науки. Всех, кто пытался разобраться с ними, а над этим задумывалось большое число мыслителей от древности до наших дней, по ответам можно условно разделить на 2 группы [91]. Первые считают, что математики подбирают аксиомы так, чтобы выводимые из них следствия согласовались с опытом, т.е. математика подстраивается под природу. Другими словами, всеобщие и необходимые законы опыта принадлежат не самой природе, а только разуму, который вкладывает их в природу, т.е. научную истину создают, а не находят. Вторые считают, что мир основан на математических принципах; в

религиозном варианте – создатель построил мир на принципах математики. Среди и первых и вторых много великих имен – этот вопрос нельзя обойти, если занимаешься исследованием природы. Естественна и незавершенность дискуссии – обсуждаемые вопросы не случайно в списке вечных проблем теории познания [144].

1.4. Сколько моделей может быть у одного объекта

Рассмотренные в п.1.3 вопросы о роли математики, ее исключительной эффективности и статусе математических положений при всей их неразрешенности имеют своим продолжением размышления на тему количества моделей одного объекта. Если реальные объекты обладают бесконечным набором свойств, то при конечном числе характеристик объекта учитываемых одной моделью, можно говорить о возможном бесконечном их числе. В то же время, если мир устроен по законам математики, можно ожидать существования наилучшей, истинной модели. Но с позиций, объясняющих всесилие математики ухищрениями человеческого ума, нет никаких оснований рассчитывать на существование «истинной» (обратите внимание на кавычки) модели. Даже из сказанного следует, что простой ответ на поставленный в заголовке вопрос отсутствует.

Важное место в теории познания по рассматриваемому вопросу занимают утверждения Н. Бора, известные как «принцип дополнительности». «Затруднения, с которыми мы встречаемся на … пути приспособления наших представлений, заимствованных из ощущений, к постепенно углубляющимся знаниям законов природы», – писал Бор, – «…происходят, главным образом, от того, что, так сказать, каждое слово в языке связано с нашими обычными представлениями… Я надеюсь, что идея дополнительности способна охарактеризовать существующую ситуацию, которая имеет далеко идущую аналогию с общими трудностями образования человеческих понятий, возникающими из разделения субъекта и объекта» [46, с. 53]. Он считал, что принципиально невозможно создать теоретическую модель, которая была бы полезна и для практики, не используя элементы эмпиризма. Так, в микромире, в соответствии с принципом неопределенности, нельзя точно указать положение частицы и ее импульс; эта пара переменных взаимно дополняет друг друга[6]. Если мы хотим точно узнать координату микрочастицы, то теряем в точности определения скорости. По Н. Бору, в похожих отношениях дополнительности находятся точность модели и ее ясность[7], возможность

---

[6] Дополняющими друг друга являются переменные, каждая из которых может быть лучше определена только за счет уменьшения степени определенности другой.

[7] Здесь уместно вспомнить слова Л.И. Мандельштама о *понятном* (*ясном*), как *привычном и чувственно ощущаемом.*

практического использования. «...Наша способность анализировать гармонию окружающего мира и широта восприятия всегда будут находиться во взаимно исключающем, дополнительном соотношении» [46].

Описание основных положений принципа дополнительности, адаптированное к проблеме математического моделирования и стилю нашего учебного пособия, имеется во введении к книге Л.А. Грибова [68], посвященной моделированию сложных молекул. В кратком пересказе оно выглядит следующим образом. Молекула, как единая устойчивая и электронейтральная система атомных ядер и электронов[8], может быть вполне адекватно описана общим уравнением состояния вида $(T_e + T_n + V)\Psi = E\Psi$, где T_e и T_n – электронный и ядерный кинетические операторы, V – оператор всех видов взаимодействий электронов и ядер, Ψ – волновая функция. Но даже если каким-то способом и решить это уравнение, то результат никак нельзя будет сопоставить, например, со спектральным экспериментом из-за существования большого числа изомеров и перекрытия их спектров. Выделение же одного из изомеров не предусматривается ни в исходном определении самого объекта, ни в форме уравнения состояния. Задание лишь числа электронов и ядер и их масс обеспечивает истину, но ясность теряется полностью. Ясность можно обеспечить, прибегнув, например, к представлениям о молекулах как о жестких и упругих пространственных фигурах, о зарядах на атомах, о потенциальных поверхностях и т.п.

Эти модели отображаются на классе измеряемых величин. Но ценой приобретения ясности становится истина. Модель, допускающая измерение, может обеспечить лишь некоторое удовлетворительное совпадение с экспериментом. Хорошего согласия с экспериментом при относительно простых моделях можно добиться только за счет подгонки параметров – на полуэмпирической базе. Требование «ясности» приводит к необходимости использования разных моделей. «При этом, хотя и нельзя дать одно-единственное определение молекуле как объекту исследования, однако, вполне четко можно ответить на вопрос о том, а что вообще значит «исследовать молекулу»? Это означает построить достаточное число согласующихся с экспериментальными наблюдениями взаимодополняющих (и, нередко, взаимоисключающих) молекулярных моделей и определить численные значения соответствующих параметров. Чем большее число разных моделей в результате этого удается получить,

[8] В Химическом энциклопедическом словаре, откуда почерпнута основа для приведенного определения молекулы, стоит «динамическая система», но мы используем термин «динамическая» как синоним детерминированности и в приложении к моделям, а не реальным системам, см. ниже п.2.2.

тем большим будет объем сведений и более ясным – представление об изучаемом объекте».

Авторы [68] отмечают, что каждая из полученных эмпирических моделей (для молекул они, например, обычно опираются на данные исследования спектров или дифракционной картины) является «дополнительной к истине» и полученные с помощью разных моделей результаты нельзя усреднять, как, например, при многократном взвешивании тела. Сам подход и способ измерения могут не отвечать требованиям, оправдывающим вычисление среднего. Совместную обработку результатов различных по сути экспериментов нельзя рассматривать как приближение к «истине», а получающиеся численные значения параметров – как более точные.

Нам, физикам, близки взгляды Н. Бора и авторов только что процитированной книги, но, объективности и полноты ради, необходимо сказать о существовании альтернатив концепции дополнительности. Эти воззрения поддерживались и поддерживаются отнюдь не всеми представителями науки, уделяющими внимание проблемам познания. Среди оппонентов много известных имен. Наиболее значимый, наверное, – А. Эйнштейн, считавший высшей целью физики полное объективное описание реального состояния объекта (не зависимое от акта наблюдения или существования наблюдателя) [177, с. 296]. Поэтому он не мог согласиться с правомерностью теоретического описания, если оно зависит от наблюдения, как того требует концепция дополнительности.

На этом мы закончим разговор по затронутому очень важному и интересному вопросу, остающемуся в сфере профессиональных интересов философов науки и ученых разных направлений, как естественников, так и гуманитариев, и обратимся к анализу путей и исторического опыта создания математических моделей.

1.5. Как рождаются модели

Мы уже отмечали в предыдущих разделах, что процесс моделирования не может быть полностью «алгоритмизован» и в настоящее время имеет нечто общее с искусством. Тем не менее, можно выделить некоторые основные (наиболее типичные, плодотворные) пути создания моделей и даже попытаться использовать их в качестве еще одного определяющего признака для систематизации существующего множества моделей. Развивая систематизацию, представленную в популярной работе Н.Н. Моисеева [121], можно выделить четыре таких пути:

1) интуитивный – на основе догадки, озарения (см. эпиграф к части I);

2) в результате прямого наблюдения явления, в результате его прямого изучения и осмысления. Модели, полученные непосредственно из эксперимента или с использованием экспериментальных данных, часто

называют *феноменологическими* (или *эмпирическими*). Феноменологическими являются модели, полученные методами реконструкции по временным рядам, которым посвящена вторая часть книги. Феноменологическими по происхождению являются модели механики Ньютона;

3) в результате процесса дедукции, когда новая модель получается как частный случай из более общей модели, в частности, из законов природы. В [121] такие модели названы *асимптотическими*, в англоязычной литературе их часто называют моделями из «первых принципов». Например, после создания специальной теории относительности оказалось, что механика Ньютона может быть получена из нее предельным переходом при $c \to \infty$. То есть накопление знаний приводит к тому, что феноменологические модели превращаются в асимптотические. Количество асимптотических моделей в известной степени отражает зрелость науки [121, 122];

4) в результате процесса индукции, когда новая модель является естественным обобщением «элементарных» моделей. Такие модели в соответствии с [121] будем называть *моделями ансамблей.* Модели этого типа позволяют описать поведение системы объектов по информации о поведении элементов (подсистем) и силам их взаимодействия. Естественно, что в результате объединения элементарных моделей в ансамбль могут проявиться качественно новые виды поведения. Примерами популярных моделей ансамблей являются системы связанных осцилляторов, цепочки и решетки отображений. Примером обнаружения нового качества при объединении в ансамбль «хищников» и «жертв» является появление колебательных режимов в системе сосуществующих особей, описываемой моделью Лоттки – Вольтерры [56].

Проводя аналогию между научными моделями и образцами одежды, можно отметить следующие параллели в процессах их создания. Получение интуитивных моделей можно сравнить с работой кутюрье, материализующего в рисунке возникшие в его голове образы. Получение асимптотической модели можно сравнить с получением делового костюма путем упрощения (удаления необязательных рюшек и сборок) из творения великого модельера. Создание модели ансамбля напоминает комплектование нового костюма из пиджака белого и брюк черного комплектов. Эмпирическому моделированию соответствует оборачивание тела клиента куском материи и сшивания кусков материи по краям. Жизненный опыт заставит усомниться в изяществе такой «феноменологической» одежки, но ее математические аналоги, благодаря развитию вычислительной техники и разработке специальных технологий, получаются вполне работоспособными (см. часть II). Более того, во многих случаях при рассмотрении процессов в таких сложных системах, как

астрофизические, биологические и т.п., эмпирический путь оказывается единственно доступным.

1.6. Структурная схема процесса математического моделирования

Разнообразие ситуаций, объектов и целей выливается в неограниченное множество специфических постановок задач моделирования и путей их решения. Тем не менее, можно выделить нечто общее, обязательное – этапы, в той или иной степени реализуемые при построении большинства математических моделей. На схеме, изображенной на рис.1.4, они представлены блоками, стороны которых ограничены тем более строгими, прямыми линиями, чем сильнее эти этапы могут быть «алгоритмизованы». Сама процедура моделирования в общем случае представляет собой не прямую дорогу к цели, а неоднократный возврат на уже пройденные ступени, их повторение с подправленными данными – последовательное приближение к удовлетворительному варианту. В общем случае все начинается с оценки реальной ситуации с позиций имеющейся априорной модели и цели (этап) 1 и в результате формируется содержательная модель (этап 2), отражающая постановку задачи. Содержательная модель формируется на «родном» языке задачи: механики, физики, биологии, социологии и т.д. Затем выбирается структура модели – наиболее подходящий математический аппарат, вид и число уравнений, вид функций (этап 3). На следующем этапе 4, если это требуется, конкретизируются детали модели (делаются необходимые аппроксимации, подгоняются коэффициенты уравнений) и, наконец, на этапе 5 с помощью критериев, выбор которых диктуется целью моделирования, проверяется качество получившейся конструкции. Если качество модели неудовлетворительно, процедура повторяется с начала или с промежуточного этапа – делается следующее приближение.

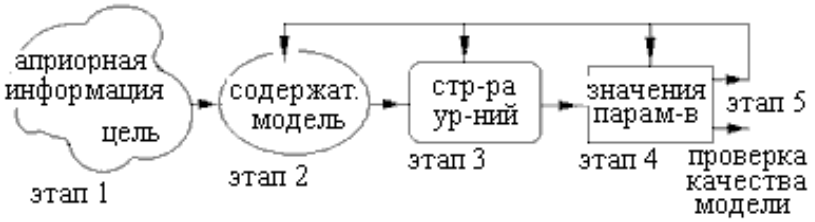

Рис.1.4. Структурная схема типовой процедуры математического моделирования

Проиллюстрируем сказанное на примере моделирования колебаний груза на пружине. Этот объект может рассматриваться как физическая модель, например, подвески автомобиля с пружинными амортизаторами, атома в кристаллической решетке твердого тела, гена в ДНК и многих других систем, на инертные элементы которых при их отклонении от положения равновесия действует возвращающая сила. В некоторых

ситуациях и устройствах груз на пружине интересен сам по себе, и сам становится объектом моделирования, например, маятник в часах или элемент подвески автомобиля. По результатам этапа 1 представленной схемы, так как природа и механизмы функционирования объекта хорошо известны (это типично механическая система), естественно делается выбор и языка (физика), и пути построения модели (асимптотическая, с учетом специфических особенностей объекта при формулировании законов Ньютона). На этом пути, если целью моделирования является количественное описание зависимости отклонения груза от положения равновесия, известны следующие популярные примеры постановки задачи (этап 2):

при собственных движениях объекта, которые можно считать повторяющимися, в качестве содержательной модели обычно выбирают груз массы *m,* движущийся поступательно без трения под действием упругой силы, возникающей при деформации пружины (рис.1.5,а);

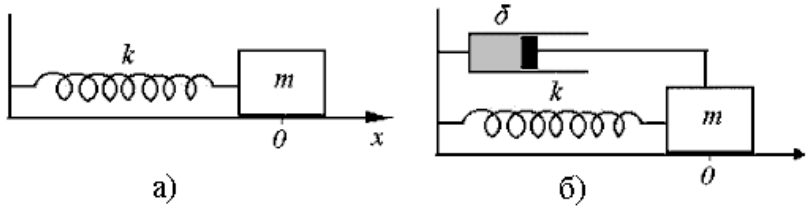

Рис.1.5. Содержательные модели груза на пружине: без учета (а) и с учетом (б) трения

если затухание существенно, в содержательную модель вводится сила вязкого трения (на рис.1.5,б ее символизирует изображенный вверху демпфер).

Вторая постановка задачи более реалистична, но и в этом случае не учитываются, например, особенности полной остановки груза, что потребовало бы использования третьей, еще более сложной, содержательной модели, учитывающей силу сухого трения, и т.д.

Этап 3 технологической схемы моделирования в рассмотренных постановках весьма прост. Он выливается в запись второго закона Ньютона –обыкновенного дифференциального уравнения второго порядка $\mathbf{F} = m\, d^2\mathbf{r}/dt^2$, где $\mathbf{F}$ – равнодействующая сил, $\mathbf{r}$ – радиус-вектор центра масс, $d^2\mathbf{r}/dt^2$ – ускорение, t – время. Для обеих содержательных моделей исходное уравнение («первый принцип») одинаково, но единство существует, пока не проведен учет сделанных предположений (этап 4), в результате которого рождаются разные модели. При постановке задачи рис.1.5,а, если сила упругости прямо пропорциональна величине деформации пружины ($F_{упр} = -kx$, коэффициент упругости k постоянный), получается уравнение консервативного линейного осциллятора $d^2x/dt^2 + (k/m)x = 0$. Если сила трения пропорциональна скорости

$F_{тр} = -\delta \cdot dx/dt$, то модели рис.1.5,б соответствует уравнение диссипативного линейного осциллятора $d^2x/dt^2 + \delta \cdot dx/dt + (k/m)x = 0$. При других заданиях функций, входящих в математическую конструкцию, рождаются новые модели. Например, с учетом зависимости упругости пружины от величины деформации $(k = k_1 + k_2 x)$ или зависимости коэффициента трения от скорости $(\delta = \delta_1 - \delta_2\, dx/dt)$ получающиеся уравнения осцилляторов становятся нелинейными и существенно обогащаются свойствами.

Аппарат дифференциальных уравнений отнюдь не всегда наиболее адекватен задаче описания движений. Так, например, если бы целью моделирования было качественное кинематическое описание затухающих колебаний без учета нюансов их формы, можно было бы использовать не дифференциальные уравнения, а разностные – $x_{n+1} = f(x_n)$, где n – дискретное время. При построении модели в виде явной функции времени $x = f(t)$ описание вылилось бы в рассмотрение только графика временной зависимости отклонения *x* груза от положения равновесия (см. рис.3.2,б).

Модельное отображение последования можно получить, например, предположив экспоненциальный закон затухания и выразив последующее экстремальное значение через предыдущее: $x_{n+1} = ax_n$, где $a = e^{-\delta T}$, T – «квазипериод» колебаний (рис.3.2,в). Можно записать и математическую модель сразу в виде явной функции времени $x = ce^{-\alpha t}\cos(\beta t)$.

На заключительном этапе 5 критерии качества модели выбираются в зависимости от цели моделирования. Например, качественное совпадение колебательных режимов модели и объекта, точность прогноза последующих состояний по предыдущему, и т.п. Если результат проверки неудовлетворителен, то меняется постановка задачи и все проделывается заново или происходит возврат на более ранний этап. Обычно модель развивается от простого к сложному, но бывает и наоборот. Формирование модели заканчивается, когда она с приемлемой точностью описывает явление в необходимом диапазоне изменения параметров или отвечает другим целям моделирования.

1.7. Выводы из исторической практики моделирования. Показательная судьба моделей механики

Анализ истории науки позволяет сформулировать по примеру [98] в виде тезисов некоторые основополагающие принципы – «сухой остаток» из исторической практики моделирования.

Тезис 1. Побуждающим стимулом к созданию новой модели обычно является *небольшое число* фундаментальных фактов. Объем экспериментальных данных, по-видимому, сам по себе не имеет

принципиального значения. Более того, только экспериментального материала, как бы хорош он ни был, недостаточно для построения плодотворной теории (модели).

Обоснуем и проиллюстрируем это. Бытует мнение, что теоретические построения могут возникать лишь на базе солидного экспериментального материала, со всех сторон освещающего предмет исследования. Однако история естествознания полна противоположных примеров. Например, общая теория относительности возникла как обобщение факта тождества инерционной и гравитационной масс, а экспериментальное подтверждение пришло позднее через специально запланированные эксперименты. Другим поучительным примером является история с установлением закона всемирного тяготения, которое фактически опиралось на единственный результат – третий закон Кеплера. Остальной огромный экспериментальный материал, добытый ученым и другими астрономами (в частности, Тихо Браге), сыграл свою роль в основном лишь для практической проверки.

Тезис 2. Как теория опирается в своей основе на экспериментальные данные, так и эксперимент тогда несет в себе полезную информацию, если он проводится в соответствии с некоторой теоретической концепцией. Эксперимент как простая совокупность наблюдаемых фактов при неверной концепции (или её отсутствии) может ввести исследователя в заблуждение. В истории науки много подтверждающих примеров:

1) прямое наблюдение за светилами привело к геоцентризму;

2) Коперник, провозгласивший гелиоцентрическую систему, обвинялся современниками в том, что теория не согласуется с опытом. Но он устоял, «…доверяя разуму больше, чем чувствам»;

3) прямое наблюдение за движениями тел привело Аристотеля к созданию механики, которая две тысячи лет владела умами, но в конечном счете оказалась неверной.

Вся история развития естественных наук связана с разрешением противоречий между прямым опытом, как совокупностью наблюдаемых фактов, и множеством формально-логических схем (моделей), призванных их объяснить. Так, Эйнштейн пришел к дуалистической (двойной) оценке «правильности» теории, сформулированной в следующем тезисе.

Тезис 3. Соответствие теории опыту есть необходимое, но не достаточное условие «правильности» (*критерий внешнего оправдания*). Вторым критерием (*внутреннего совершенства*) является «естественность» и «логическая простота» предпосылок.

Тезис 4. При построении моделей необходимо использовать опыт математического моделирования, который уже имеется в таких науках, как физика, механика, астрономия и т.п. В этом смысле есть нечто объективное, что не зависит от конкретной моделируемой ситуации.

Тезис 5. При моделировании чрезвычайно важным, если не решающим, является выбор адекватного математического аппарата. В некотором смысле математическое моделирование представляет собой поиск таких математических конструкций, абстрактные понятия которых наиболее приспособлены к наполнению конкретным содержанием исследуемой реальности. Если готового математического аппарата нет, то создается новый. Примеры: 1) математический анализ родился из потребностей описания движения; 2) для описания динамики популяций были приспособлены и давно используются разностные уравнения. Итак, при моделировании

- не должно смущать отсутствие полного экспериментального материала, т.к. чаще не хватает материала «интеллектуального»;
- необходима априорная концепция, которая и превращает набор экспериментальных фактов в «объективную» информацию, полное отсутствие которой ставит под сомнение саму возможность моделирования, это видение реальности формируется на основе личного и исторического опыта, образования, воспитания;
- необходимо владение подходящим математическим аппаратом и методологическими приемами, с которыми можно познакомиться на примерах научного творчества.

Показательным примером обоснованности сказанного в первой половине этого параграфа может служить история формирования законов механики – первой системы моделей, адекватно отражающей широкий класс процессов и явлений реального мира. Из длинного списка создателей механики общепринято выделять имена Аристотеля (384 – 322 гг. до н.э.), Галилея (1564 – 1642 гг.) и Эйнштейна (1879-1955 гг.). Периоды их творчества разделены веками и даже тысячелетиями – временными отрезками, которые можно рассматривать как большие, но все равно конечные времена жизни модельных представлений, с неизбежностью сменяющих и дополняющих друг друга.

Опираясь на знания и эксперимент, существовавшие в его время, Аристотель следующим образом классифицировал окружающие тела и их движения. Все предметы он разделял на 3 типа: 1) всегда неподвижны; 2) всегда движутся; 3) могут находиться как в движении, так и в покое. Само движение он считал вечным и сводил его в две основные группы: 1) «естественные», в которых тело движется к своему естественному месту, 2) «насильственные» – причиной является сила, которая непрерывно поддерживает движения. Если прекращается сила, то прекращаются и движения.

Согласуются ли представления Аристотеля с опытом? С чисто созерцательным опытом того времени – да! Действительно, Земля, дома на ней всегда неподвижны; Солнце, Луна, вода в реке всегда движутся;

брошенный камень, повозка, люди движутся к покою и, в конце концов, останавливаются, если снимается приложенное к ним усилие. Груз с высоты, вода в реке «естественно» движутся. Человек тратит силы на перемещение повозки, когда отпускает, «насильственное» движение прекращается, повозка останавливается. Но почему камень движется, когда его отпускают, ведь сила перестала действовать? И на это есть объяснение – воздух, обтекая камень сзади, подталкивает его после того, как рука перестала действовать. Это может делать и эфир (Аристотель считал, что пустоты не существует).

Воспользуемся историческим опытом моделирования, зафиксированным в тезисе 3 в начале параграфа. В нем говорилось о критериях «внешнего оправдания» и «внутреннего совершенства», предназначенных для оценки качества теорий. Посмотрим на «внутреннее совершенство» аристотелевой механики, следуя стилю книги [98], авторы которой использовали при изложении представлений древности язык современной математики. Выразим основной закон движения, вытекающий из изложенных наблюдений и априорных представлений в виде $F = pv$, где p – коэффициент пропорциональности (понятия массы тогда не было), F – сила, v – скорость. Его противоречивость демонстрирует следующий пример. Человек тянет тележку вдоль берега реки, прилагая определенные усилия (рис.1.6). Тележка совершает вынужденное движение вдоль берега реки со скоростью v относительно наблюдателя, стоящего на земле (относительно неподвижной системы отсчета $x - y$). Относительно наблюдателя, плывущего на лодке параллельным курсом с такой же скоростью, тележка не движется, т.е. сила к ней не приложена. Это, безусловно, противоречит интуитивному представлению о силе, как о некоем объективном (не зависящем от наблюдателя) воздействии на тележку, да и пот на лбу человека говорит об этом. Выход из парадоксальной ситуации был найден объявлением системы отсчета, связанной с Землей, абсолютной. Только для нее справедлив приведенный закон движения, а для всех остальных систем, движущихся относительно абсолютной со скоростью v', было предложено новое правило: $F = pv' + pv$.

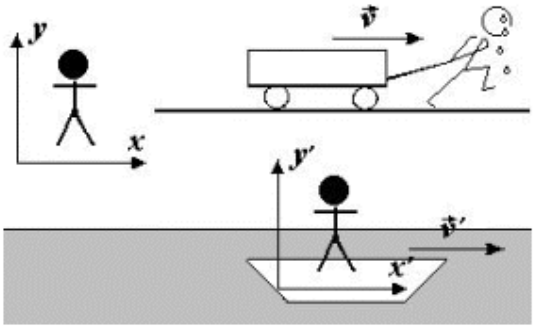

Рис.1.6. Мысленный эксперимент с движением в различных системах отсчета

Поразительно, но почти две тысячи лет находились экспериментальные подтверждения правильности подхода Аристотеля.

Отчасти такое долгожительство было обеспечено поддержкой церкви, опирающейся в своих догматах на геоцентрическую систему. Но пришло время, когда наука и общественное сознание дозрели до восприятия новых идей. Несмотря на риск оказаться на костре инквизиции, Галилео Галилей одним из первых покусился на абсолют. «Уединитесь с кем-либо из друзей в просторное помещение под палубой какого-нибудь корабля, запаситесь мухами, бабочками, … пусть будет у вас также сосуд с плавающими маленькими рыбками; повесьте, далее, наверху ведерко, из которого вода будет капать капля за каплей в другой сосуд с узким горлышком, поставленный внизу… и наблюдайте… Прыгайте по ходу и наоборот… При $v = 0$ и в движущемся корабле ни по одному из названных явлений вы не определите, движется корабль или стоит». Не знаем, проделывал ли описанные эксперименты Галилей или они были мысленными. Точность средств наблюдения и экспериментальная база того времени сильно уступали современным скоростным кинокамерам, лазерным интерферометрам, магнитным подвесам и лабораторным столам на воздушной подушке. То, чем он располагал и о чем писал, вряд ли обеспечило бы убедительную точность, но уверенность в исходе эксперимента была. Эту уверенность поддерживала неудовлетворенность концепцией геоцентризма.

Без абсолютной системы отсчета рушилась вся гармония аристотелева мира и появлялась возможность утвердиться новой концепции – законы движения должны быть выражены в форме, инвариантной относительно перехода от «берега» к «кораблю». А если концепция есть, то можно целенаправленно ставить эксперименты по ее проверке и вести отбраковку вариантов. В итоге родилась новая модель – закон движения $F = p\,dv/dt$, согласно которому сила воздействия человека на тележку одинакова во всех равномерно и прямолинейно движущихся системах отсчета. Принятие этого представления сразу снимает все натяжки с рассмотренных бытовых экспериментов и ведет к ряду новых открытий: повозка остановится, если ее бросить, потому что взаимодействует с землей (сила трения); не нужен эфир для объяснения движения брошенного камня и т.п. Родилось понятие инерциальных систем отсчета и преобразование Галилея. Естественность и логическая простота теории движения, опирающейся на закон $F = p\,dv/dt$, не заставляет делать дополнительные гипотезы и, следовательно, обладает большей степенью «внутреннего совершенства».

Прошли три века и классическая механика Галилея – Ньютона столкнулась с непреодолимыми трудностями. Опасность подстерегала ее на стыке XIX и XX веков со стороны электродинамики. Теория Максвелла, обобщившая основные эмпирические представления электромагнетизма и позволившая определить скорость света, оказалась неинвариантной относительно преобразований Галилея. Это заставило теоретиков

заподозрить в неправильности или достижения электромагнетизма или постулаты классической механики. Научная прозорливость А. Эйнштейна и его современников позволила решить спор в пользу теории электромагнетизма; преобразования Галилея были признаны не соответствующими миру больших скоростей. Специальная теории относительности стала еще более совершенной механической моделью, более адекватно описывающей реальность и вобравшей в себя классическую механику как частный случай.